Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет електроніки та комп’ютерних технологій

Кафедра радіофізики та комп’ютерних технологій

КУРСОВА РОБОТА
на тему:
«Дослідження способів обробки даних мікроелектромеханічного інерційно-вимірювального пристрою та магнетометра для визначення просторової орієнтації»

Виконав:
Студент групи ФеІ-11с
Свередюк Д. Т.
Науковий керівник
проф. Карбовник І.Д.

Львів – 2023

Анотація

У даній курсовій роботі висвітлено дослідження способів обробки даних мікроелектромеханічного інерційно-вимірювального пристрою для визначення просторової орієнтації. Для цього описано методи калібрування та інтерпретації даних отриманих з датчиків та основні математичні методи, що дають змогу визначати перевести вимірювані значення у кути повороту. Для дослідження було обрано трьохосьовий акселерометр і гіроскоп MPU-6050 і магнетометр HMC5883L. А щоб перевіряти точність визначення крену і тангажу було розроблено стенд на основі обрізаного кубоктаедра, що надавав змогу повертати давачі на 360° з кроком 45°.

Abstract

The course paper examines the data processing methods of a microelectromechanical inertial measuring device for determining spatial orientation. For this purpose, methods of calibration and interpretation of data obtained from sensors and basic mathematical methods are described, which make it possible to determine and convert the measured values into angles of rotation. MPU-6050 three-axis accelerometer and gyroscope and HMC5883L magnetometer were chosen for the study. And in order to check the accuracy of determining roll and pitch, a stand based on a truncated cuboctahedron was developed, which allowed the sensors to be rotated 360° in 45° increments.

Зміст

Вступ..... 5
1. Апаратні підходи до вирішення задач просторової орієнтації..... 6
1.1 Визначення орієнтації за допомогою камер..... 6
1.1.1 Орієнтація за допомогою камер в автономних автомобілях..... 6
1.1.2 Орієнтація за допомогою камер у космічних апаратах..... 8
1.2 Визначення орієнтації за допомогою глобальної навігаційна супутникової системи.9
2. Методичні аспекти визначення орієнтації і теоретичні основи інерціальних систем..... 11
2.1 Матриці напрямних косинусів..... 11
2.2 Кути Ейлера..... 16
2.2 Стенд для перевірки точності визначення кутів Ейлера..... 17
2.4 Принцип дії та калібрування мікроелектромеханічного акселерометра..... 19
2.4.1 Принцип дії мікроелектромеханічного акселеметра..... 19
3.4.2 Калібрування мікроелектромеханічного акселерометра.....20
2.5 Принцип дії та калібрування мікроелектромеханічного гіроскопа.....26
2.5.1 Принцип дії мікроелектромеханічного гіроскопа.....26
2.5.2 Калібрування мікроелектромеханічного гіроскопа..... 27
2.6 Принцип дії та та калібрування магнетометра.....29
2.6.1 Принцип дії магнетометра..... 29
2.6.2 Калібрування магнетометра.....31
3. Обробка даних мікроелектромеханічного інерційно-вимірювального пристрою для визначення просторової орієнтації.....34
3.1 Обробка даних мікроелектромеханічного акселерометра..... 34
3.1.1 Дослідження визначення крену φ за допомогою даних акселерометра..... 36
3.1.2 Дослідження тангажу θ за допомогою даних акселерометра.....38
3.1.3 Дослідження впливу прискорення акселерометра на спотворення визначення кутів орієнтації.....39
3.2 Обробка даних мікроелектромеханічного гіроскопа.....41
3.2.1 Дослідження визначення крену φ за допомогою даних гіроскопа.....42
3.2.2 Дослідження тангажу θ за допомогою даних гіроскопа..... 44
3.2.3 Дослідження рискання ψ за допомогою даних гіроскопа.....45
3.3.4 Дослідження похибок гіроскопа на визначення кутів повороту..... 47
3.3 Обробка даних магнетометра..... 48
3.3.1 Дослідження визначення рискання ψ за допомогою даних магнетометра.....49
3.4 Комплементарного фільтр із злиттям даних мікроелектромеханічних акселерометра та гіроскопа.....50
3.4.1 Дослідження визначення крену за допомогою комплементарного фільтра.....52

3.4.2 Дослідження визначення тангажу за допомогою комплементарного фільтра..54
3.5 Визначення рискання методом злиття даних мікроелектромеханічного акселерометра та магнітометра..... 56
3.5.1 Дослідження визначення рискання за допомогою методу злиття даних акселерометра і магнетометра..... 57
Висновок..... 59
Використані джерела..... 61

Вступ

Сьогодні інерціальні системи, що складаються з акселерометра, гіроскопа і магнетометра широко використовуються у різних галузях, як от навігація, робототехніка, айронавтиці. В основному інерціальні системи використовують для визначення просторової орієнтації об’єктів.

Мета даної курсової роботи - дослідити основні методи та особливості обробки даних отриманих від мікромеханічних акселерометра, гіроскопа та магнетометра, фільтрацію даних, калібрування. Також досліджено переваги і обмеження різних методів, вплив різних факторів.

1. Апаратні підходи до вирішення задач просторової орієнтації

1.1 Визначення орієнтації за допомогою камер

1.1.1 Орієнтація за допомогою камер в автономних автомобілях

Орієнтація за допомогою камер широко використовується у автономних автомобілів. Це система орієнтації відносно інших об’єктів - інших машин, країв дороги, пішоходів, велосипедистів, та інших учасників дорожнього руху, що дає змогу машині рухатися по дорозі, проходити повороти, тримати дистанцію.

В основі системи орієнтація за допомогою камер лежить комп’ютерний зоровий комплекс, що складається з багатьох камер, розташованих на різних точках автомобіля. Вони отримують зображення дорожнього об’єкту під різними кутам і за допомогою нейромережі та алгоритмів машинного навчання формують стереоскопічну картину ситуації на дорозі. Ці алгоритми аналізують зображення, та порівнюють їх з базою даних, щоб визначити, де знаходиться автомобіль та в якому напрямку він рухається.

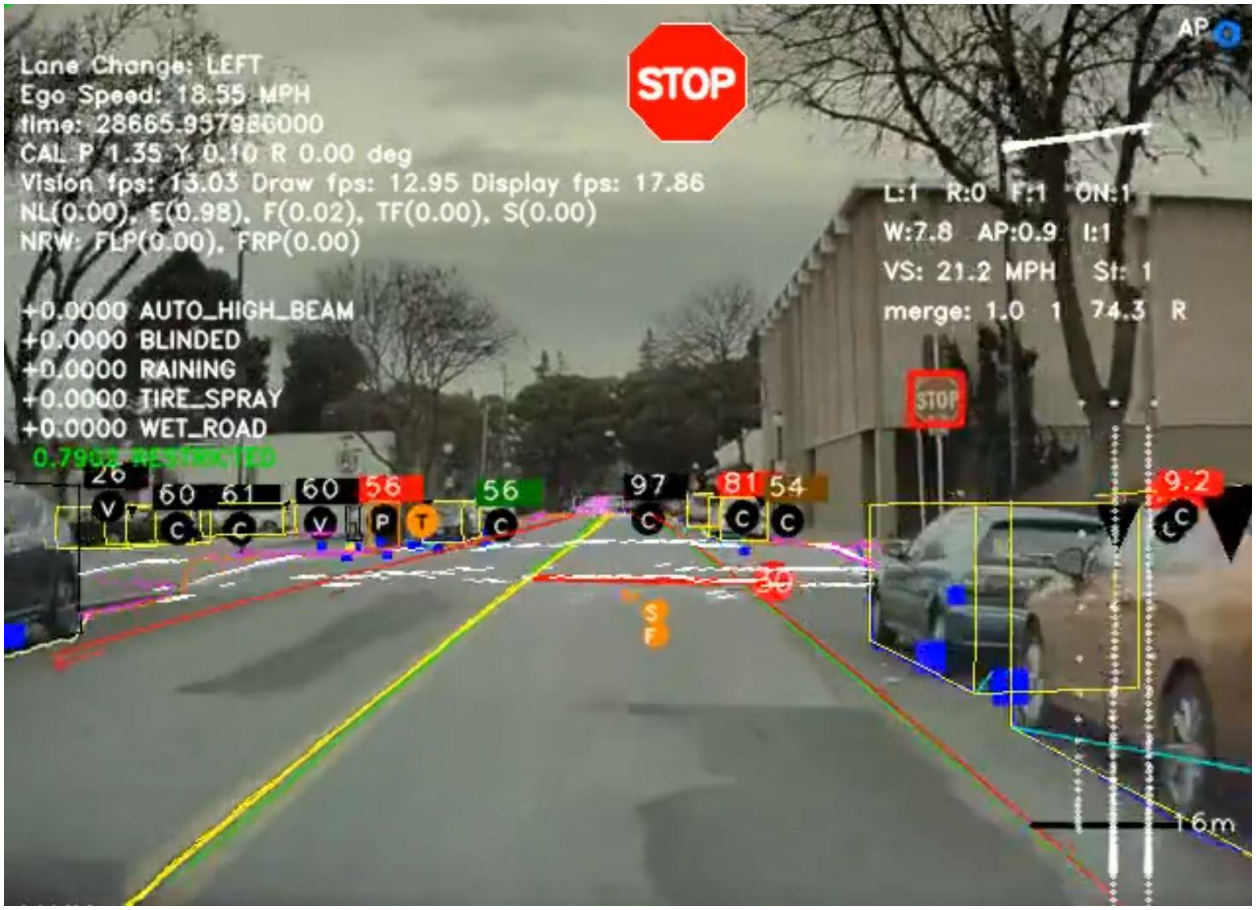

Рис.1. Модель навколишнього середовища, яке формує автомобіль Tesla на основі даних з камер.

Також для більш ефективного орієнтування на дорозі або в умовах поганої видимості, як от під час дощу, снігопаду чи туману, автономні автомобілі використовують інші види сенсорів у поєднанні з системами камер. Наприклад, радари - системи визначення відстаней за допомогою радіохвиль та LIDAR (Light Detection and Ranging)- система яка визначає відстані за допомогою лазеі на основі цих даних будує 3d модель середовища. Дані з декількох джерел інформації обробляються фільтром Калмана і так отримується точніша модель середовища.

Різні виробники автомобілів поєднують різні типи датчиків. Наприклад, більшість моделей автомобілів Tesla орієнтуються за допомогою системи з восьми камер, яка названа HydraNet і лише перші моделі автомобілів цієї компанії - Tesla модель S та Tesla модель X додатково ще містять систему з 12 радарів. Автомобілі Waymo (проєкт автономних автомобілів від компанії Google) містять усі три типи сенсорів - радари, LIDAR та камери.

1.1.2 Орієнтація за допомогою камер у космічних апаратах

Navcam, скорочення від навігаційної камери, — це тип камери, встановленої на певних роботах-марсоходах або космічних кораблях, які використовуються для автономної навігації. Навігаційні камери зазвичай роблять ширококутні фотографії, і на основі цих даних здійснюють планування наступних рухів засобу або відстеження космічних об’єктів.

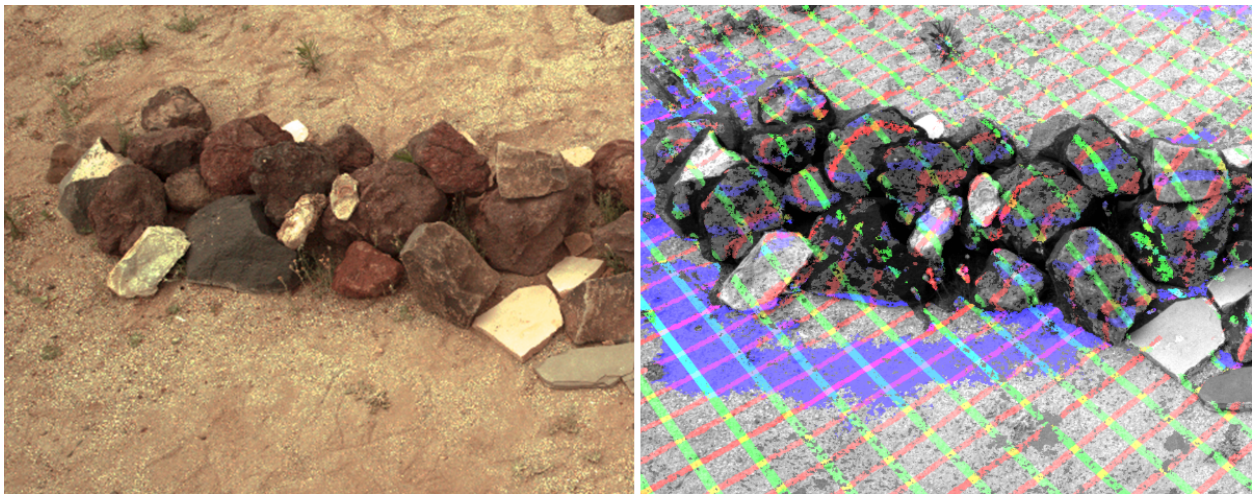

Рис.2. Використання даних камери для виявлення контурів перешкоди для руху під час тестування марсохода Perseverance.

Технологія Navcam працює так само, як і в автономних автомобілях - формування стереоскопічного зображення. У марсоходах (Curiosity та Perseverance) ця технологія використовується для виявлення перешкод на шляху руху та пошуку шляху, щоб їх об'їхати, а от в космічному апараті Розетта ця технологія використовується для автономної навігації під час польоту в космосі.

1.2 Визначення орієнтації за допомогою глобальної навігаційна супутникової системи

Глобальна навігаційна супутникова система (GNSS) - це загальна назва усіх супутникових організацій, які надають послуги позиціонування, навігації та синхронізації на глобальній або регіональній основі. Основними діючими GNSS системами є GPS (США), ГЛОНАСС (Росія), GELILEO (Євросоюз), BeiDou (Китай), QZSS (Японія).

Для точного визначення положення GNSS приймача необхідно мінімум 4 супутники. Три супутники надають координати свого положення і на основі цих даних та відстані від супутників до приймача, розв'язується задача трилатерація та визначення розташування приймача. Четвертий супутник необхідний для визначення відхилення годинника приймача від супутникового часу.

Глобальна навігаційна супутникова система надає таку інформацію, як супутниковий час, дата, широта, довгота, висота, приблизна швидкість та напрям руху відносно північного полюса.

2. Методичні аспекти визначення орієнтації і теоретичні основи інерціальних систем

2.1 Матриці напрямних косинусів

Матриця напрямних косинусів — матриці обертання, яка перетворює одну систему відліку координат в іншу у процесі повороту навколо центру координат у 2D площині або навколо однієї із осей у 3D площині. Широко використовуються в кінематиці для знаходження кута повороту, якщо відомі координати деякої точки чи вектора до повороту та після повороту.

Розглянемо, що координатний базис {x, y, z} повернуто навколо осі Oz (вісь Oz виходить із сторінки) на деякий кут ψ *(*обертання проти годинникової стрілки*)*, так що координати нового базису є {x’, y’, z’}.

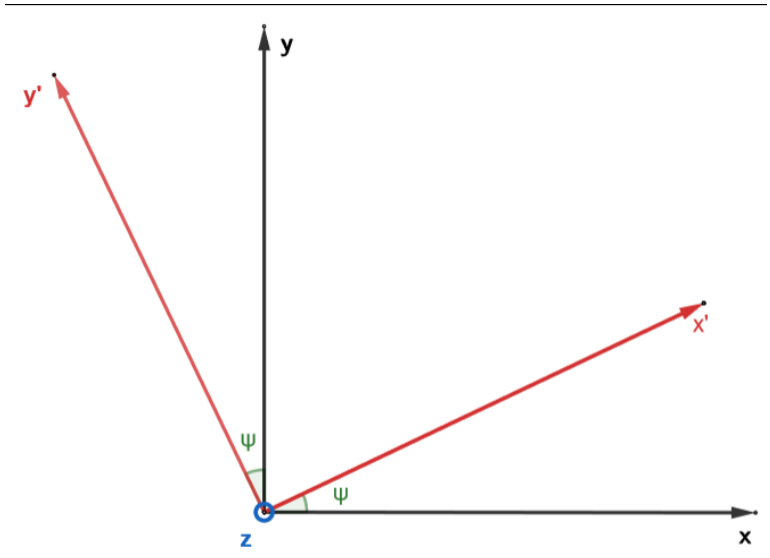

Рис.2.1. Поворот координатного базису {x, y, z} навколо осі Oz на деякий кут ψ, так що координати нового базису є {x’, y’, z’}.

Відповідно, координати базису {x’, y’, z’} повернутих на деякий кут ψ у координатах базисів {x,y,z} будуть мати наступний вигляд:

$$x' = \begin{bmatrix} cos(\psi) \\ sin(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad y' = \begin{bmatrix} -sin(\psi) \\ cos(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad z' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Матриця повороту навколо осі z на деякий кут ψ складатися з координат координати базису {x’, y’, z’}:

$$R_x(\psi) = \begin{bmatrix} cos(\psi) & -sin(\psi) & 0 \\ sin(\psi) & cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Якщо площину xOy із деякою точкою M (x, y, z) повернути навколо вісі z на деякий відомий кут ψ, то координати цієї точки M’(x’, y’, z’) у початкових координатах після повороту можна знайти за формулою:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\psi) & -sin(\psi) & 0 \\ sin(\psi) & cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Повертаючи координатний базис навколо осі Oy на деякий кут θ, можна знайти матрицю повороту навколо осі Oy:

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} cos(\theta) & 0 & sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin(\theta) & 0 & cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Повертаючи координатний базис навколо осі Ox на деякий кут φ, можна знайти матрицю повороту навколо осі Ox:

$$R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\varphi) & -sin(\varphi) \\ 0 & sin(\varphi) & cos(\varphi) \end{bmatrix}$$

Матрицю обертання навколо усіх трох осей можна виразити, як добуток матриць обертання навколо кожної осі:

$$R_{zyx}(\psi,\theta,\varphi) = R_z(\psi)\cdot R_y(\theta)\cdot R_x(\varphi) =$$

$$= \begin{bmatrix} cos(\psi) & sin(\psi) & 0 \\ -sin(\psi) & cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} cos(\theta) & 0 & sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin(\theta) & 0 & cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\varphi) & -sin(\varphi) \\ 0 & sin(\varphi) & cos(\varphi) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} cos(\theta)\cdot cos(\psi) & sin(\varphi)\cdot sin(\theta)\cdot cos(\psi) - cos(\varphi)\cdot sin(\psi) & cos(\varphi)\cdot sin(\theta)\cdot cos(\psi) + sin(\varphi)\cdot sin(\psi) \\ cos(\theta)\cdot sin(\psi) & sin(\varphi)\cdot sin(\theta)\cdot sin(\psi) + cos(\varphi)\cdot cos(\psi) & cos(\varphi)\cdot sin(\theta)\cdot sin(\psi) - sin(\varphi)\cdot cos(\psi) \\ -sin(\theta) & sin(\varphi)\cdot cos(\theta) & cos(\varphi)\cdot cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Отримана матриця являє обертання у якого кути Ейлера ψ, θ і φ це обертання навколо осей z, y, x. Залежно від порядку обертання і порядку порядку добутку матриць обертання, кінцева матриця обертання буде різною.

Особливості матриць повороту:

- Добуток матриць повороту не є комутативним:

  $$R_z(\psi)\cdot R_y(\theta)\cdot R_x(\varphi) \neq R_x(\varphi)\cdot R_y(\theta)\cdot R_z(\psi)$$

  Це зумовлено як і тим що добуток матриць не є комутативною операцією, так і тим, що результат обертання буде різним залежно від порядку обертання.

- При $R_y(\pi / 2)$ виникає “блокування обертання” - втрата одного ступеня свободи, що призводить до того, що система може визначати обертання лише у виродженому двовимірному просторі:

$$R_{zyx}(\psi,\pi/2,\varphi) = \begin{bmatrix} cos(\psi) & sin(\psi) & 0 \\ -sin(\psi) & cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\varphi) & -sin(\varphi) \\ 0 & sin(\varphi) & cos(\varphi) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & sin(\varphi) \cdot cos(\psi) - cos(\varphi) \cdot sin(\psi) & cos(\varphi) \cdot cos(\psi) + sin(\varphi) \cdot sin(\psi) \\ 0 & sin(\varphi) \cdot sin(\psi) + cos(\varphi) \cdot cos(\psi) & cos(\varphi) \cdot sin(\psi) - sin(\varphi) \cdot cos(\psi) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Матриця повороту є ортогональною матрицею і обернена матриця повороту є рівна транспонованій матриці.
  $R^{-1} = R^T$
- Визначник матриці повороту є рівним одиниці.
  $det(R) = 1$

Якщо вектор мав координати (x, y, z), то його нові координати після повороту на деякий кут будуть мати значення (x’, y’, z’). Ці координати (x’, y’, z’) можна знайти використовуючи матрицю повороту R за формулою:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Натомість, якщо є вектор із координатами (x, y, z) і відбувся лише поворот системи координат на деякий кут, то даний вектор у новій системі координат буде мати координати (x’, y’, z’). Ці координати (x’, y’, z’) можна знайти використовуючи матрицю повороту R за формулою:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

2.2 Кути Ейлера

Кути Ейлера — три кути, за допомогою яких математично описується поворот однієї системи координат відносно іншої в тривимірному просторі. Здебільшого використовують для математичної опису обертання абсолютно твердого тіла, при якому одна система координат — нерухома система спостереження, а інша зв'язана з тілом.

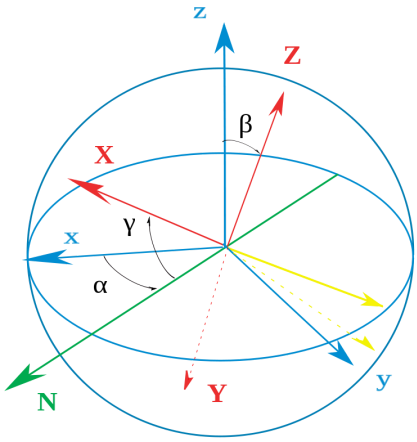

Рис.2.2. Представлення кутів Ейлера.

Використовуються в робототехніці, айронафтиці та астронафтиці для визначення кута повороту рухомої системи координат літака, ракети відносно нерухомої системи координат площини Землі. Кути Ейлера зазвичай позначаються як α, β, γ або ψ, θ, φ, що відповідають повороту навколо осі z, y, x. Ці кути відповідно називають кутами власного обертання, нутації та прецесії або ще рисканням, тангажу і крену . Кут крену і кут рисканням визначається за модулем 2π радіан. Наприклад, допустимим діапазоном може бути $[-\pi, \pi]$. Кут тангажу — π радіан і, наприклад, він може бути $[0, \pi]$ або $[-\pi/2, \pi/2]$.

Компоненти вектора кутової швидкості у системі координат тіла виражаються через похідні від Ейлерових кутів за допомогою формули, яка описується кінематичними рівнями Ейлера:

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -sin(\theta) & 0 & 1 \\ sin(\varphi) \cdot cos(\theta) & cos(\varphi) & 0 \\ cos(\varphi) \cdot cos(\vartheta) & -sin(\varphi) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}$$

де

$\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$ - компоненти кутової швидкості відповідних кутів Ейлера - ψ, θ, φ

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - компоненти кутової швидкості у системі координат тіла.

З цього рівняння можна вивести формулу для знаходження компонентів кутової швидкості кутів Ейлера, знаючи кутову швидкість у системі координат тіла:

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \frac{1}{cos(\theta)} \begin{bmatrix} 0 & sin(\varphi) & cos(\varphi) \\ 0 & cos(\varphi) \cdot cos(\theta) & -sin(\varphi) \cdot cos(\theta) \\ cos(\theta) & sin(\varphi) \cdot sin(\theta) & cos(\varphi) \cdot sin(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$$

Дане рівняння вироджується при $\theta = \pm \pi / 2$.

2.2 Стенд для перевірки точності визначення кутів Ейлера

Для перевірки точності визначення кутів Ейлера було розроблено стенд та надруковано на 3д принтері. Даний стенд являє обрізаний кубоктаедр із вирізаним місцем для фіксування модуля мікромеханічного акселерометра і гіроскопа MPU-6050 та магнетометра HMC5883L.

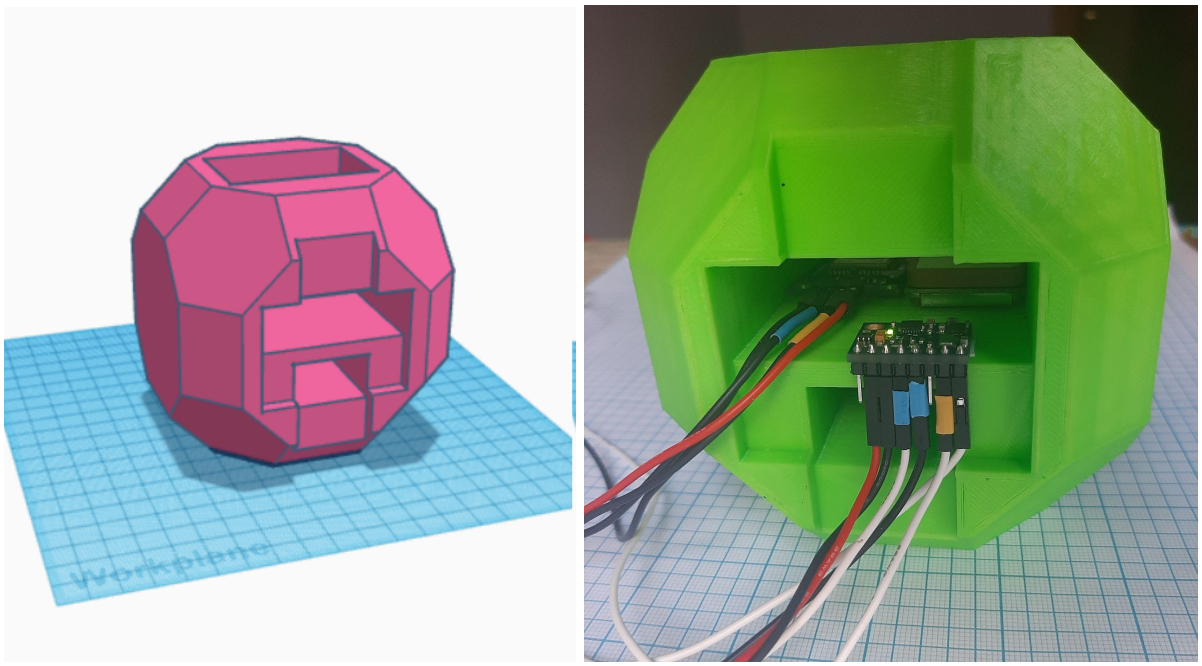

Рис.2.3 Стенд для перевірки точності визначення кутів Ейлера. Зліва - розробка у середовищі TinkerCad; справа - стенд під час перевірки точності алгоритмів.

Особливістю цього стенда є те, що дана фігура має 26 граней. Вона дозволяє повертати на кут 45 градусів у різні сторони і фіксувати датчик у такому положенні. Також всередині стенда є місце для модуля GY-86, що містить датчик трьох осьового акселерометра і гіроскаопа MPU-6050, магнетометр HMC5883L, та висотомір MS6511 та для інших датчиків.

2.4 Принцип дії та калібрування мікроелектромеханічного акселерометра

2.4.1 Принцип дії мікроелектромеханічного акселеметра

Акселерометр - це пристрій вимірює власне прискорення. Власне прискорення це прискорення тіла у його власній миттєвій системі спокою. Відповідно, у стані спокою, акселерометр вимірює прискорення земного тяжіння, а у вільному падінні буде вимірювати нуль.

Акселерометри мають багато застосувань у промисловості та науці. Високочутливі акселерометри використовуються в інерціальних системах навігації літаків і ракет. Акселерометри також вимірюють вібрації в обертових машинах. Вони використовуються в смартфонах, планшетах, комп'ютерах і цифрових камерах, щоб повертати зображення на екранах у вертикальне положення. У безпілотних літальних апаратах акселерометри використовуються у системі стабілізації апарату.

Сенсор мікромеханічого ємнісного акселерометр складається з інерційної маси, що з'єднана пружинами з корпусом. Вона може вільно рухатися відносно корпусу датчика, коли пристрій зазнає прискорення. Інерційна маса створює ємнісний ефект з нерухомою гребінкою електродів. Коли пристрій рухається, зміна ємності реєструється та перетворюється АЦП у цифрове значення.

Крім лінійного прискорення та прискорення Земного тяжіння, акселерометр ще вимірює прискорення, зумовлене рівномірним рухом про

кривій. Також через неідельність датчика, акселерометр може ще видавати похибку нульового зміщення (коли виміряне прискорення є зсунуте на деяке значення від дійсного значення) та шум. Модель акселерометра можна розписати як:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \frac{\partial v}{\partial t} + w \times v - R \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} + \beta(t) + \eta(t)$$

де

a_x , a_y , a_z - прискорення, що вимірює акселерометр по трьом осям

$w \times v$ - прискорення,що виникає за рахунок переміщення і повороту

$R \cdot (0,\ 0,\ g)^T$ - прискорення вільного падіння

$\beta(t)$ - нульового зміщення вимірювання

$\eta(t)$ - шум

3.4.2 Калібрування мікроелектромеханічного акселерометра

У акселерометра присутні такі детерміністичні похибки:

- Помилка нульового зміщення - для заданого фізичного вхідного сигналу датчик виводить вимірювання, зміщені на деяке значення.
- Помилки масштабного коефіцієнта - Множник сигналу, який складається з відношення вихідного сигналу до входу в діапазоні вимірювань зазвичай змінюється в залежності від температури і або через особливості конкретного сенсора, що виникли у процесі виробництва.

- Помилка неортогональності - три датчики акселерометра мають бути розміщені перпендикулярними. Проте під час виробництва неможливо досягнути абсолютної точності.
- Температурні відхилення - точність вимірювання змінюється відносно зміни температури. Калібрування температурного відхилення відбувається у процесі роботи сенсора залежності від зміни температури за алгоритмом.

Калібрування помилки нульового зміщення, помилки масштабного коефіцієнта та помилка неортогональності відбувається лише один раз і цей процес є універсальним для всіх мікромеханічних акселерометрів. Після цього коефіцієнти калібрування зберігаються і застосовуються до кожних значень отриманих з акселерометра. За ідеальних умов, при обертанні навколо осей акселерометра, вихідні дані мають сформувати коло з центром у початку системи координат. Проте через помилки масштабного коефіцієнта чи помилку неортогональності, результатом буте еліпсоїд і якщо ще присутня похибка нульового зміщення, то цент центр еліпсоїда буде зміщеним відносно початку координат.

Для калібрування акселерометр прикріплено на платформу, що дозволяє зафіксувати положення сенсора, під різними кутами під час зчитування значеннь, коли пристрій знаходиться в нерухомому положенні

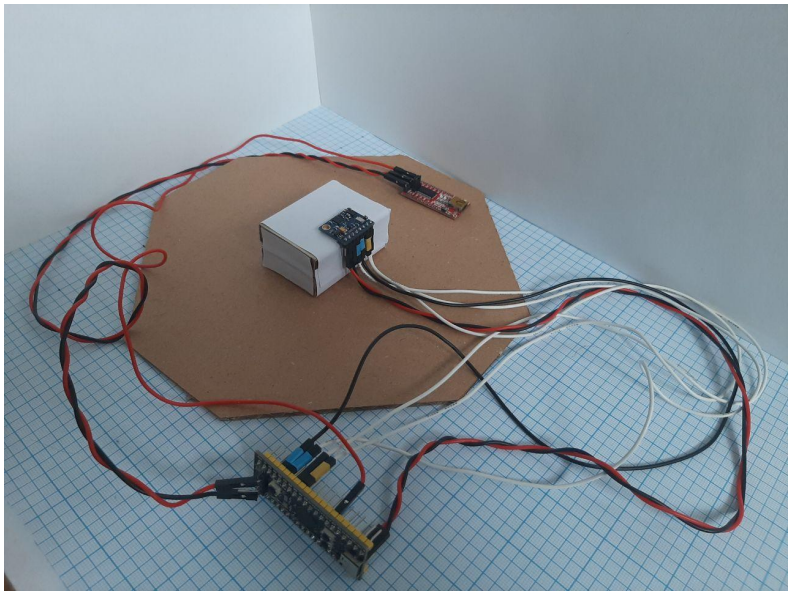

Рис.2.4. Платформа для калібрування акселерометра. Посередині знахидиться датчик MPU-6050, поряд із сенсором знахидиться USB-UART перетворювач, внизу - плата з мікроконтролером STM32F411CEU6.

Акселерометр обертають навколо усіх осей і фіксують під різними кутами. На даному етапі основне це щоб під час зчитування акселерометр знаходився у стані спокою і не здійснював жодних додакових рухів, що можуть вплинути на вихідні дані. Під час калібрування важливо отримати побільше даних, що мають сформувати сферу.

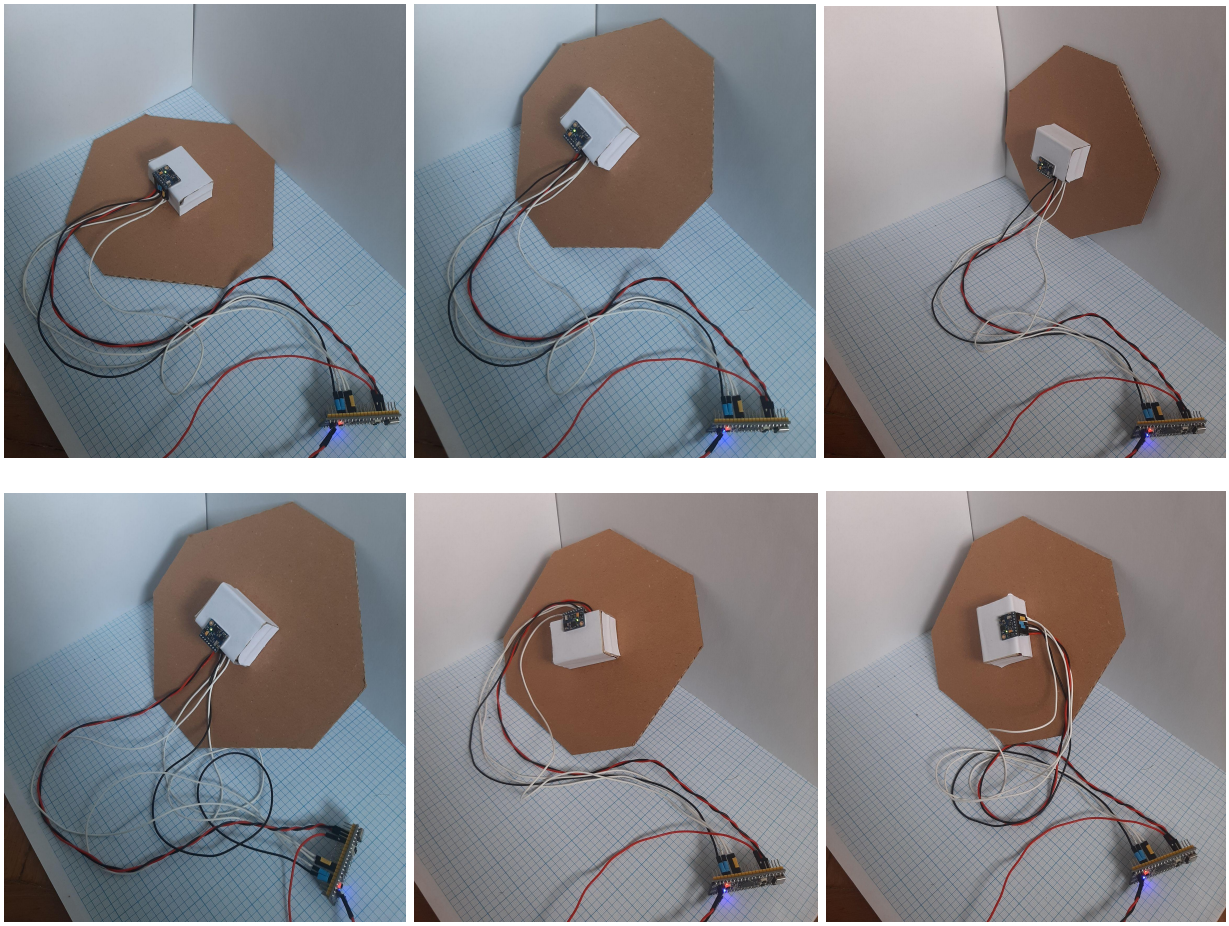

Рис. 2.5. Зчитування даних з акселерометра, коли датчик знахититься нерухомому стані.

На основі цих зчитаних даних з акселерометра проводиться фітінг отриманих даних у сферу радіусом 1g та центром у точці (0, 0, 0) (вихідні дані за ідеальних умов). Результатом фіттінгу є корегуюча матриця маштабування та вектор зсуву. Корегування вихідних даних з акселерометра здійснюється за формулою:

$$a_{calibrated} = A^{-1} \cdot (a_{raw} - b)$$

де

$a_{calibrated}$ - відкалібровані дані

a_{raw} - вихідні дані акселерометра

A^{-1} - матриця масштабування

b - вектор зсуву

Для фітингу було використано програму Magneto 1.2 і отримано такі результати:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.996959 & -0.000076 & 0.000905 \\ -0.000076 & 0.994214 & 0.000230 \\ 0.000905 & 0.000230 & 0.995368 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0.010452 \\ 0.004985 \\ -0.005231 \end{pmatrix}$$

Як видно із коефіцієнтів, акселерометр MPU-6050 видає досить точні значення навіть без калібрування. Даний датчик має незначну помилку масштабного коефіцієнта - сенсор видає дещо більші значення за одиницю по усім осям (діагональ матриці A^{-1}) і досить малу помилку неортогональності (усі інші елементи, крім діагональних). Похибка нульового зміщення (значення вктора b) в гіршому випадку складає відхилення в ~1% від вихідних значень датчика для осі x і ~0.5% відхилення по іншим осям.

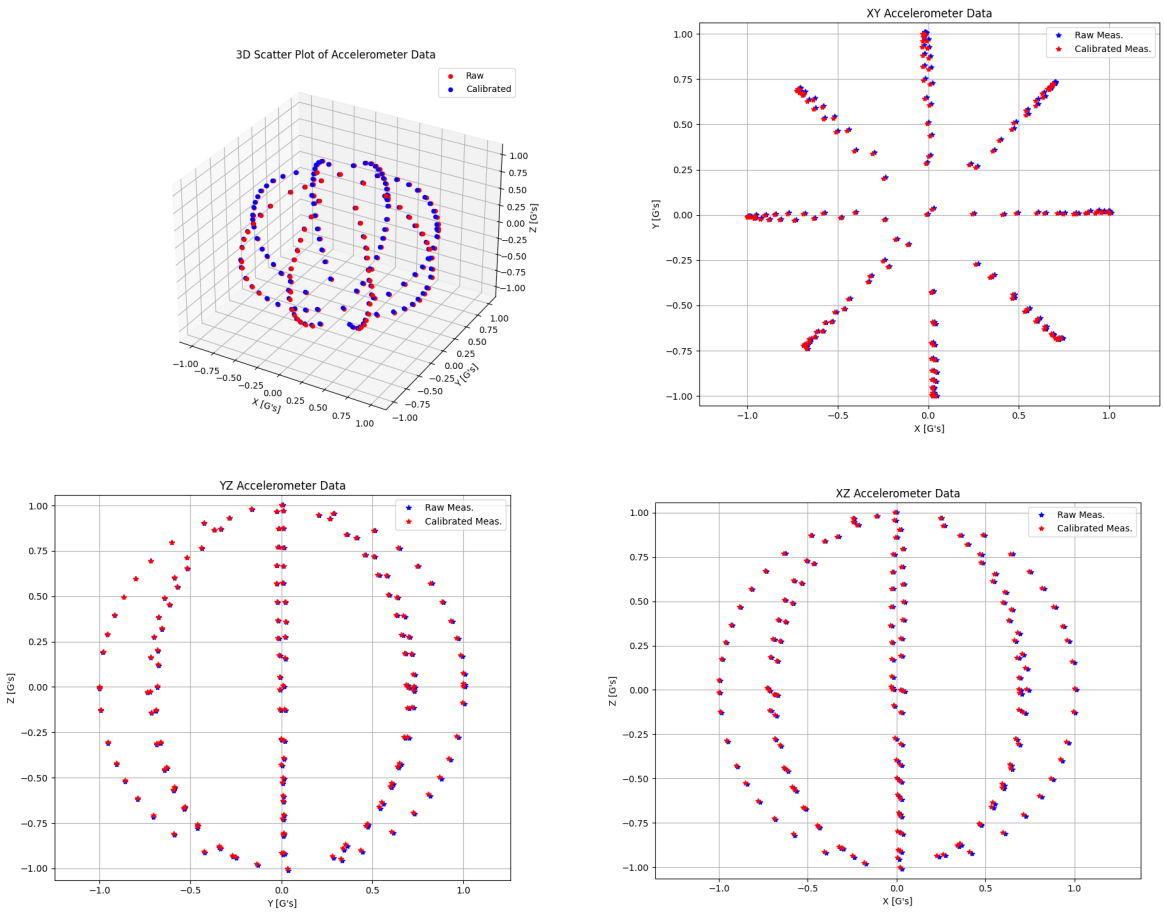

Рис.2.6. Результат відкалібровних (червоні точки) та невідкалібровані значення (блакитні точки)

2.5 Принцип дії та калібрування мікроелектромеханічного гіроскопа

2.5.1 Принцип дії мікроелектромеханічного гіроскопа

Гіроскоп - це пристрій, що вимірює кутову швидкість навколо координатних осей датчика. Використовується у інерціальний навігаційних системах, у фотоапаратах для стабілізації зображення, у ракетах, літаках та підводних човнах для визначення орієнтації відносно Земної поверхні.

Принцип роботи мікроелектромеханічного гіроскопа заснований на ефекті Коріоліса. Сенсор мікромеханічого гіроскопа складається з інерційних мас, що постійно коливаються. Коли застосовується кутовий рух, ефект Коріоліса призводить до відхилення інерційних мас, перпендикулярно до їхнього руху і спричиняє зміну ємності між масами залежно. Ця зміна ємності визначається, а потім перетворюється на показання кутової швидкості.

Модель гіроскопа можна розписати як:

$$\omega = \omega_{true} + \beta(t) + \eta(t)$$

w - кутова швидкість, що вимірює гіроскоп

w_{true} - дійсне значення кутової швидкості

$\beta(t)$ - нульове зміщення вимірювання, змінюється з часом

$\eta(t)$ - шум

2.5.2 Калібрування мікроелектромеханічного гіроскопа

Гіроскоп має такі ж детерміністичні помилки, як і акселерометр і для їх калібрування необхідне специфічне обладнання. Проте для гіроскопа також характерні такі непередбачувані стохастичні процеси, що спричиняють до зменшення точності вимірювання гіроскопа:

- випадкове блукання кута - гіроскоп вимірює кутову швидкість обертання навколо трьох осей. Тому щоб отримати кути повороту, то необхідно проінтегрувати значення кутової швидкості. Відповідно при інтегруванні наростає похибка зумовлена шумами вимірювання.
- нестабільність зміщення - у гіроскопа похибка нульового зміщення не є постійною і змінюється із часом.
- випадкове блукання прискорення - спричиняє поступову зміну виміряної швидкості обертання з часом. Цей шум зазвичай спричинений недосконалістю виробничого процесу гіроскопа або зовнішніми факторами, такими як зміни температури чи вібрація.
- похибка зміни темпу дрейфу - Ця похибка відноситься до детермінованих похибок і зазначена у специфікації чіпа. Це повільна монотонна зміна дрейфу протягом тривалого часу періоду. Дрейф гіроскопа в основному зумовлений інтеграцією двох компонентів: нестабільністю зміщення та високочастотної шумової змінної - кутовим випадковим блуканням.

Стохастичні помилки можна виправити використовуючи значення з інших датчиків для компенсації цих помилок. Такі можливості надає фільтр Калмана при поєднанні даних акселерометра з гіроскопом.

У гіроскопа для калібрування масштабного коефіцієнта чи похибки неортогональності, необхідно спеціальне лабораторне обладнання, проте помилку нульового зміщення можна відкалібрувати, щоб вона менше впливала на вихідні дані. Для цього з датчика у стані спокою зчитують дані та беруть усереднене значення і так формують вектор зсуву. Коригування вихідних даних з гіроскопа здійснюється за формулою:

$$w_{calibrated} = (w_{raw} - b)$$

де:

$w_{calibrated}$ - відкалібровані дані

w_{raw} - вихідні дані акселерометра

b - вектор зсуву

У гіроскопа MPU6050, який використовувався для даної курсової роботи є такий вектор зсуву:

$$b = \begin{pmatrix} -3.64059 \\ -1.73477 \\ -0.588719 \end{pmatrix}$$

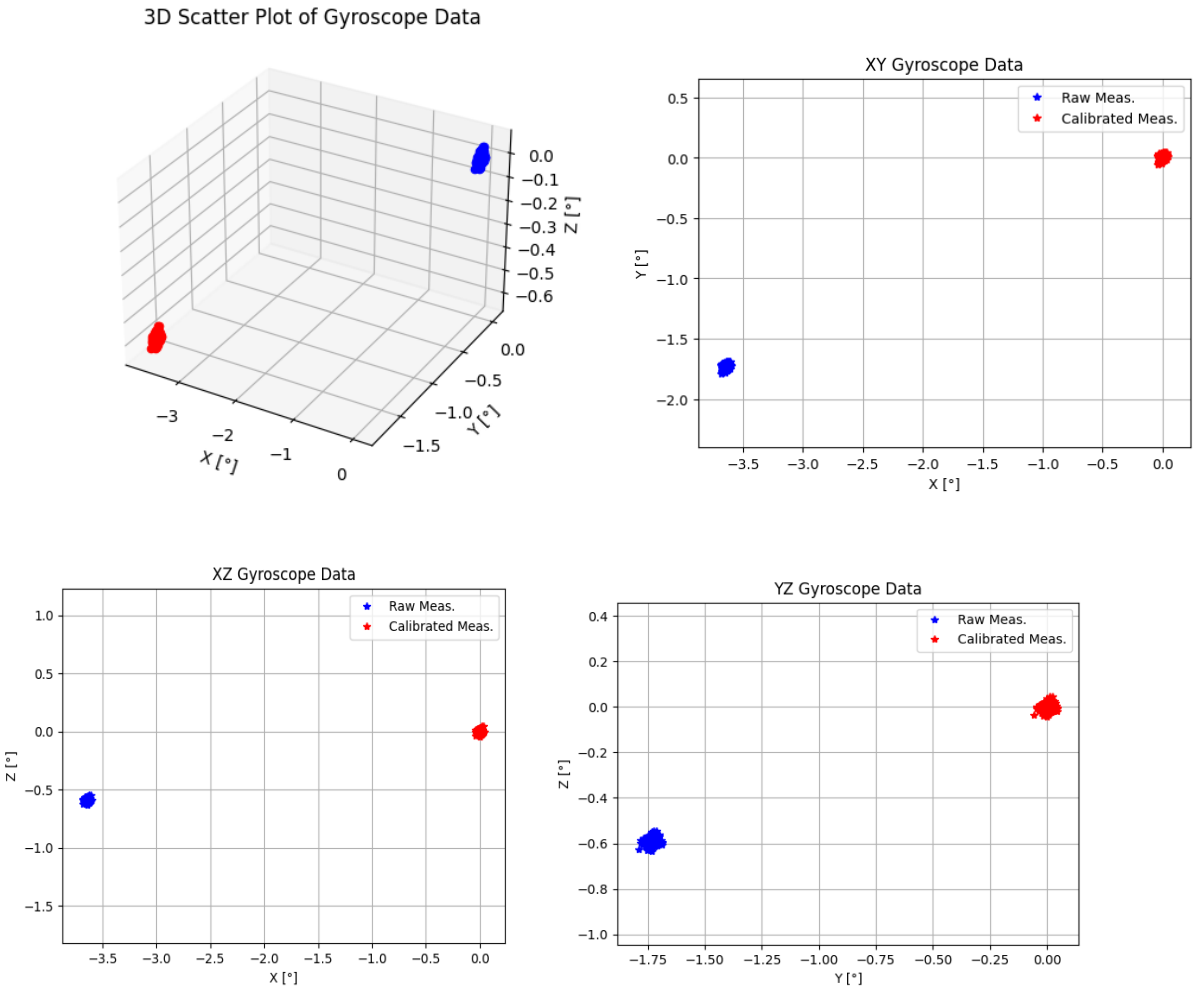

Рис.2.7. Результат відкалібровних (червоні точки) та невідкалібровані значення (блакитні точки)

2.6 Принцип дії та та калібрування магнетометра

2.6.1 Принцип дії магнетометра

Магнетометр - це пристрій, що вимірює силу та напрям магнітних полів Землі. Використовується у системах навігації - у смартфонах, планшетах, gps приладах, металошукачах, робототехніці - для визначення напрямку руху роботів. Залежності від типу сенсорів, магнетометри поділяються на магніторезистивні магнетометри та магнетометри на основі Холл ефекту.

Силові лінії магнітного поля Землі мають різну величину сили та напрям залежно від конкретного місця на Землі. Відповідно, згідно з даними із сайту Національного управління океанічних та атмосферних досліджень США (NOAA), для Львова на 12/04/2023 магнітні поля мають такі характеристики:

- Нахил магнітних ліній відносно горизонту: ~66°
- Відхилення магнітного полюся від справжнього полюса: ~6°
- Сила магнітних полів: 50.09мкТл

Якщо зчитати дані з магнетометра, обертаючи наколо усіх осей, то графіки будуть наступні:

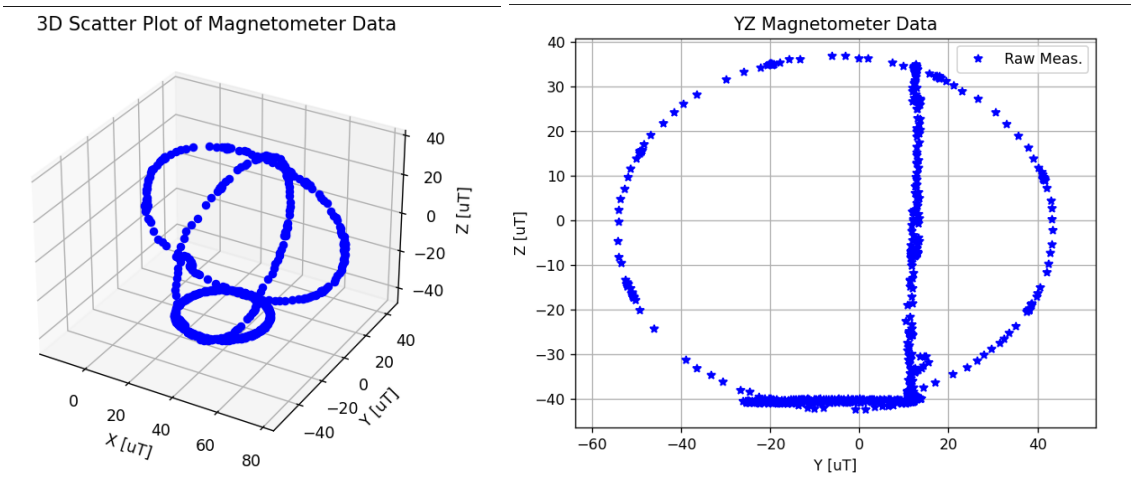

Рис.2.8. Зчитані дані з магнетометра. Зліва - зчитування при обертанні навколо усіх осей. Справа - зчитані дані з магнетометра в площині yz.

Оскільки на рисунку 2.2 зображено графіки із невідкаліброваних даних, то обертання навколо осей призвело до того, що дані утворили еліпс, а не коло радіусом 50.09мкТл у площині XZ, YZ, як би то мало б бути за ідеальних умов. Проте з цих даних видно, що дані обертання навколо осі z знаходяться внизу еліпса в площині YZ. Якщо умовно провести лінію від центра еліпса до кола, що утворилося в процесі обертання компаса навколо осі z паралельно до землі, то кут нахилу цієї лінії до горизонту буде відповідати куту нахилу магнітних ліні. І для м. Львова у відкаліброваному магнетометрі цей кут буде становити ~66° величиною 50.09мкТл.

2.6.2 Калібрування магнетометра

У цифрового компаса присутні такі помилки вимірювання:

- Ефект м’якого заліза - відхилення або зміна величини магнітного поля Землі. Ці спотворення розтягуватимуть або створюватимуть магнітне поле залежно від того, в якому напрямку воно діє відносно датчика. Воно зазвичай зумовлене присутністю поблизу таких металів, які мають високу магнітну проникність, як нікель і залізо.

- Ефект важкого заліза - викривлення вихідних значеннь цифрового компаса чи магнетометра, спричиненого матеріали, які випромінюють магнітне поле, наприклад магніти, динаміки або двигуни. Викривлення твердого заліза можна ідентифікувати за зміщенням центру ідеального кола від (0, 0).

Калібрування цифрового компаса полягає у зчитуванні магнетометри , повернутого під різними кутами. На основі цих даних проводиться фітінг отриманих даних у сферу з центром у точці (0, 0, 0). Діаметр сфери це величина магнітного поля конкретного місця, де відбувається процес калібрування. У даному випадку, калібрування відбувалося у місті Львів, де значення величина магнітного поля становить 50,09 мкТл. Коригування вихідних даних з магнетометри здійснюється за формулою:

$$m_{calibrated} = A^{-1} \cdot (m_{raw} - b)$$

де

$m_{calibrated}$ - відкалібровані дані

m_{raw} - вихідні дані магнетометра

A^{-1} - матриця масштабування

b - вектор зсуву

Для фітингу було використано програму Magneto 1.2 і отримано такі результати:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.996653 & 0.004957 & 0.004613 \\ 0.004957 & 1.001336 & 0.000967 \\ 0.004613 & 0.000967 & 1.242036 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 31.385008 \\ -4.730316 \\ -2.159253 \end{pmatrix}$$

Як видно з коефіцієнтів матриці A^{-1}, у виміряних значеннях є присутній ефект м’якого заліза - виміряні дані формують еліпсоїд. Ненульові коефіцієнти вектора b вказують на те, що у виміряних даних присутній ефект важкого заліза.

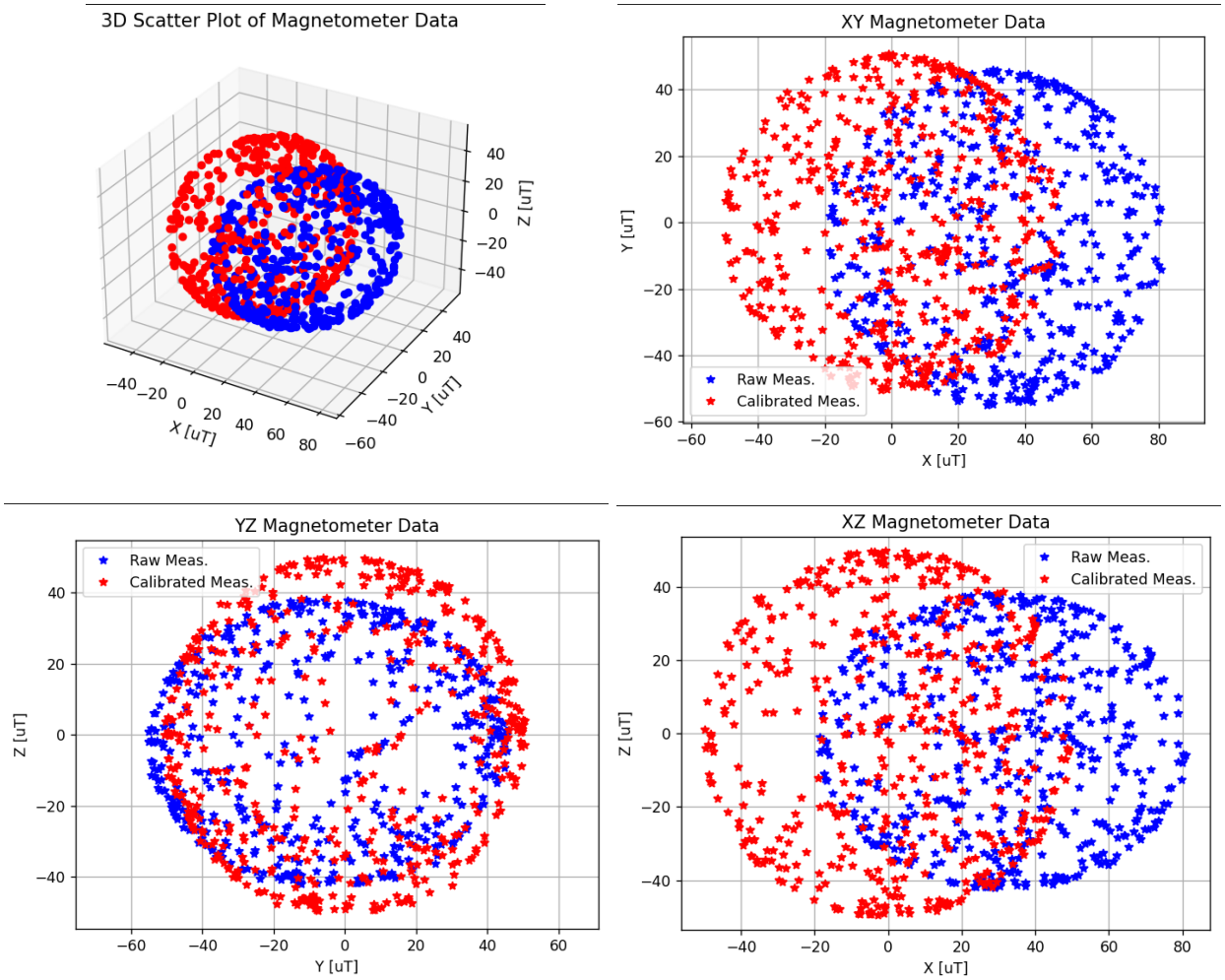

Рис.2.9. Результат відкалібровних (червоні точки) та невідкалібровані значення (блакитні точки).

3. Обробка даних мікроелектромеханічного інерційно-вимірювального пристрою для визначення просторової орієнтації

3.1 Обробка даних мікроелектромеханічного акселерометра

У стані спокою акселерометр вимірює прискорення Земного тяжіння, яке напрямлене вниз по осі z - координати (0, 0, -g). І якщо акселерометр повернути на деякий кут, то у стані спокою він буде вимірювати те саме прискорення Земного тяжіння, але у системі координат, яка є повернута відносно початкової. Нехай ці значення у новій системі координат позначимо (x’, y’, z’). Оскільки відбувається лише поворот системи координат, у той час, коли напрям і значення вектора Земного тяжіння не міняється, то для визначення кутів Ейлера можна використати формулу:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Або якщо розписати дане рівняння повністю, то отримаємо:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\psi) \cdot cos(\theta) & sin(\psi) \cdot cos(\theta) & -sin(\theta) \\ cos(\psi) \cdot sin(\theta) \cdot sin(\varphi) - sin(\psi) \cdot cos(\varphi) & sin(\psi) \cdot sin(\theta) \cdot sin(\varphi) + cos(\psi) \cdot cos(\varphi) & cos(\theta) \cdot sin(\varphi) \\ cos(\psi) \cdot sin(\theta) \cdot cos(\varphi) + sin(\psi) \cdot sin(\varphi) & sin(\psi) \cdot sin(\theta) \cdot cos(\varphi) - cos(\psi) \cdot sin(\varphi) & cos(\theta) \cdot cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

Розв’язком даного рівняння будуть наступні формули:

$$\varphi = arctan(\frac{y'}{z'})$$
$$\theta = arcsin(\frac{x'}{g})$$

Як видно із цих рівнянь, акселерометр не може визначати кут рискання ψ, а кут крену θ є визначений у межах $[-\pi/2, \pi/2]$ через обчислення цього кута функцією арксинуса.

Дослідження точності визначення кутів Ейлера проводилося за допомогою стенда обрізаного кубоктаедра. Для цього стенд обертався і ставився на одну із граней. Це дозволяє зафіксувати датчик у нерухомому положенні після повороту.

3.1.1 Дослідження визначення крену φ за допомогою даних акселерометра

Для дослідження крену за допомогою акселерометра, здійснювалося обертання датчика, навколо осі x. Датчик трьохосьового акселерометра і гіроскопа MPU-6050 був поміщений в обрізаний кубоктаедр, що дозволяв робити поворот на 360° з кроком 45°.

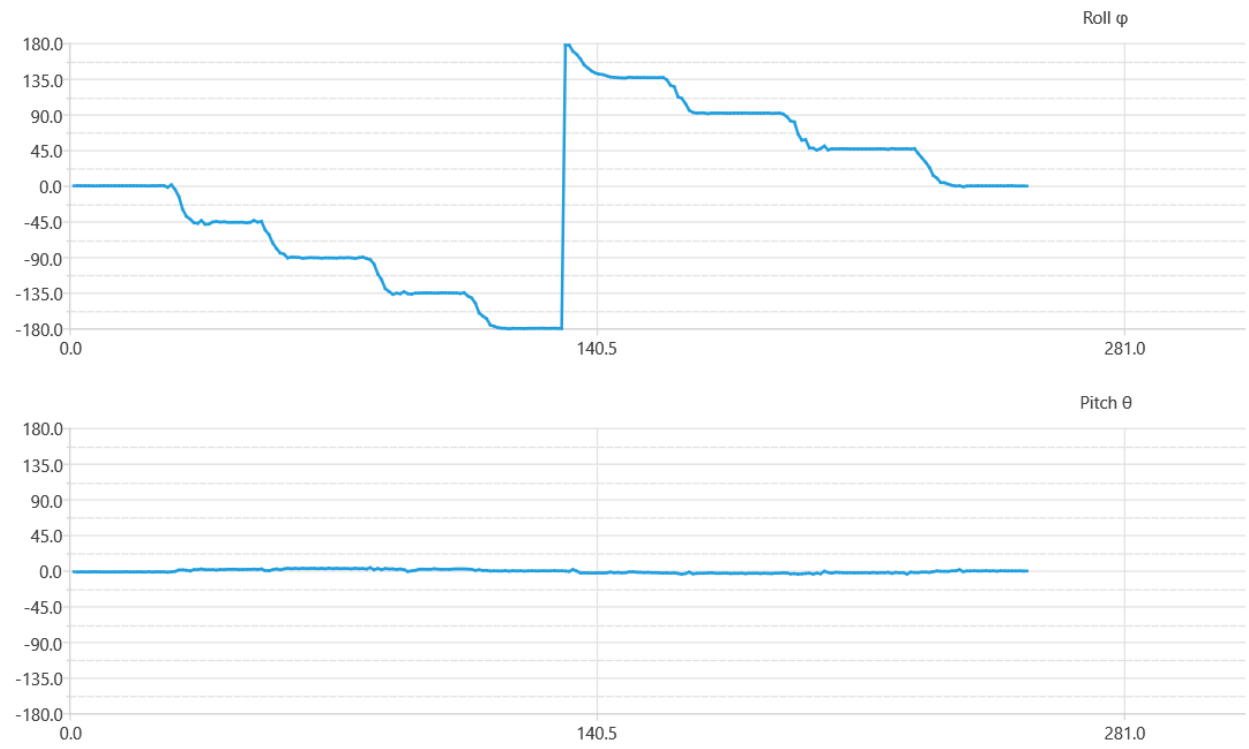

Рис.3.1. Обертання навколо осі x - крен φ верхній графік, θ тангаж- нижній графік; крок обертання - 45°

Як видно із графіка даних обертання навколо осі x, зміна значеннь крену також впливала на зміну значення тангажу попри те, що не здійснюється обертання навколо осі y і значення тангажу мало б бути рівними нулеві. Детальніші ці дані представленні на таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 - Результат при обертанні MPU6050 на 360° навколо осі x

Дійсний кут	Крен φ	Відхилення	Тангаж θ
0	0.868	0.868	-0.582
-45	-45.358	0.358	2.354
-90	-90.334	0.334	3.634
-135	-134.648	0.352	3.44
-180	-179.288	0.288	1.722
135	139.664	4.662	-1.198
90	93.348	3.348	-2.214
45	46.914	1.914	-1.668

3.1.2 Дослідження тангажу θ за допомогою даних акселерометра

Для дослідження тангажу за допомогою акселерометра, здійснювалося обертання датчика на 360°, навколо осі y з кроком 45°.

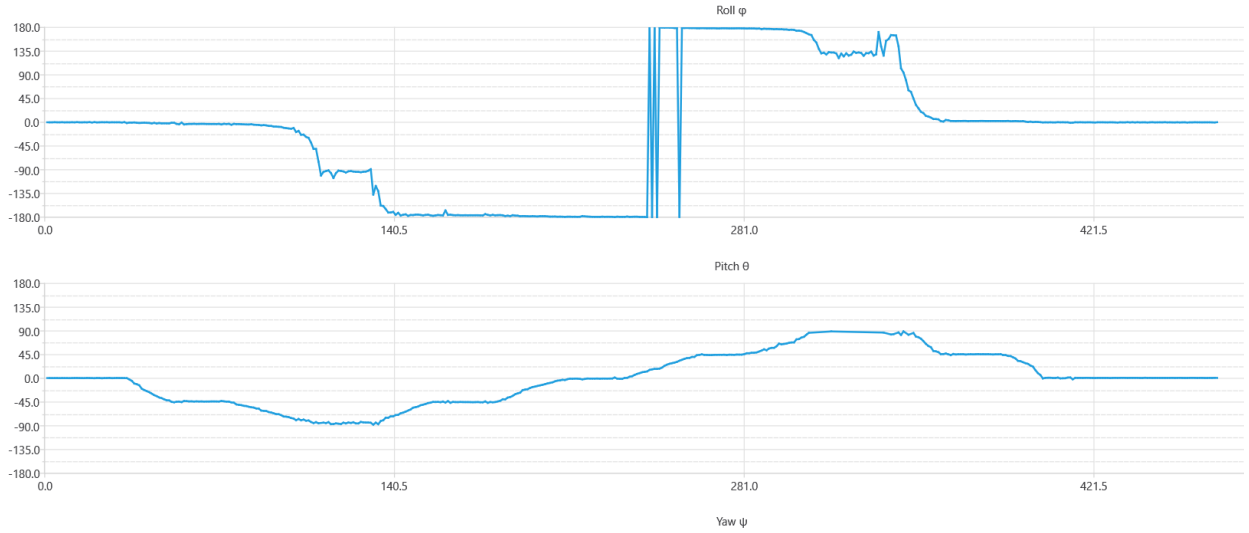

Рис.3.2. Обертання навколо осі y - крен φ верхній графік, θ тангаж- нижній графік; крок обертання - 45°.

З графіку обертання навколо осі y, можна побачити, що кут крену визначений у межах [-90°, 90°]. Також можна побачити, що коли відбувається обертання у межах [-45°, 45°], то значення кута тангажу незначно коливається. При обертанні більш ніж на ±45°, значення кута тангажу зростає до ±90°. Це зумовлене тим, що у цьому діапазоні при нахилі більш ніж на ±45°, суттєво зменшується чутливість акселерометра, а в положенні ± 90° значення по осях y та z акселерометра є близькі, але не рівні нулеві.

Таблиця 3.2 - Результати визначення кутів обертання за допомогою акселерометра при обертанні MPU-6050 навколо осі y. Значення повороту знаходяться у межах від -90° до 90°.

Дійсний кут	Тангаж θ	Відхилення	Крен φ
0	0.814	0.814	-0.684
-45	-44.028	0.972	-1.916
-90	-84.564	5.436	-110.532
90	89.598	0.402	129.18
45	45.372	0.372	3.126

Графік залежності вихідних даних акселерометра по одній осі від визначеного кута повороту є графіком синусоїди. Тому акселерометр найточніше визначає нахил у діапазоні від -45° до 45°, що зумовлено тим, що графік синусоїди на цьому проміжку є майже лінійним. Відповідно, через нелінійність синусоїди на діапазоні від 45° до 90° (або -45° до -90°), точність поступово знижується і при 90° (або -90°) точність визначення кута акселерометром є найгіршою, оскільки при значній змінні кута, значення синусоїди в околі цієї точки міняються незначно. На проміжку від 90° до 135° (або -90° до -135°) точність вимірювання акселерометра поступово зростає. Цю особливість видно на таблицях визначення крену або тангажу.

3.1.3 Дослідження впливу прискорення акселерометра на спотворення визначення кутів орієнтації.

Якщо під час зчитування даних акселерометр не перебуватиме у стані спокою, то значення кутів обчислень за допомогою цього датчика, будуть неточними.

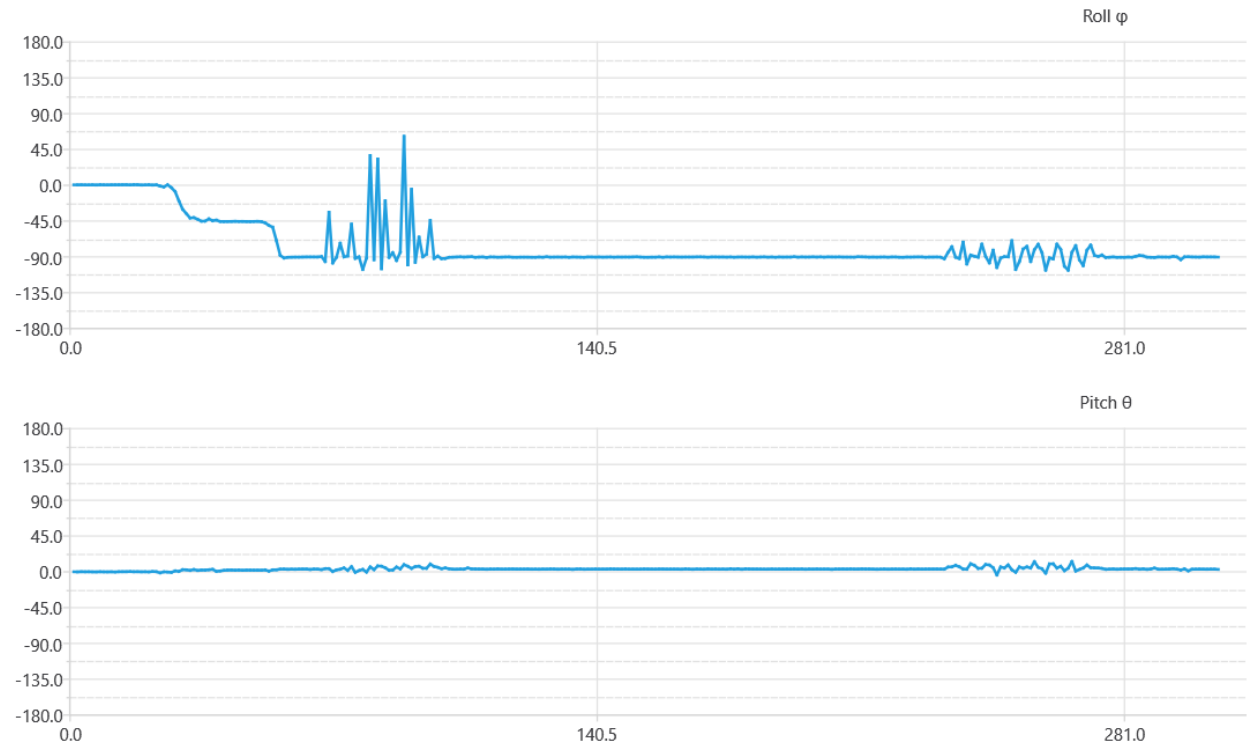

Рис.3.3. Обертання навколо осі x - крен φ верхній графік, тангаж θ - нижній графік; Після обертання на -90° спочатку здійснено рухи по осі z, та обертання навколо осі z.

На рисунку 3.3 після обертання модуля на -90° спочатку модулем здійснено випадкові рухи по осі z, та обертання навколо осі z. Як видно з графіків, попри те, що не було здійснено жодних нахилів навколо осей x та y, змінилися значення крену та тангажу.

3.2 Обробка даних мікроелектромеханічного гіроскопа

Гіроскоп вимірює кутову швидкість тіла. Відповідно, для визначення кутів Ейлера, використовуючи значення з гіроскопа, спочатку необхідно перевести кутову швидкість тіла в кутову швидкість кутів Ейлера. Для цього використовують кінематичні рівняння Ейлера.

Похідні від Ейлерових кутів $(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi})$ обчислюються через компоненти вектора кутової швидкості у зв'язаній із тілом системі (w_x, w_y, w_z) за формулою:

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \frac{1}{cos(\theta)} \begin{bmatrix} 0 & sin(\varphi) & cos(\varphi) \\ 0 & cos(\varphi) \cdot cos(\theta) & -sin(\varphi) \cdot cos(\theta) \\ cos(\theta) & sin(\varphi) \cdot sin(\theta) & cos(\varphi) \cdot sin(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$$

Тоді кути Ейлера визначаються інтегруванням похідних від Ейлерових кутів $(\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi})$:

$$\psi = \sum(\dot{\psi} \cdot \Delta t)$$

Де Δt - час між двома вимірюваннями гіроскопа.

Оскільки визначення кутів крену та рискання за допомогою гіроскопа обчислюються як інтеграл компоненти вектора кутової швидкості, то ці кути не обмежуються діапазоном [-180° , 180°), як це було з акселерометром. Проте оскільки тангаж вимірюється за допомогою функцій синуса та косинуса, то цей кут визначений в межах (-90° , 90°).

3.2.1 Дослідження визначення крену φ за допомогою даних гіроскопа

Для дослідження крену за допомогою даних гіроскопа, здійснювалося обертання датчика, навколо осі у спочатку від позиції 0° до -180°, а потім від -180° до 180° і від 180° до 0° з кроком 45°.

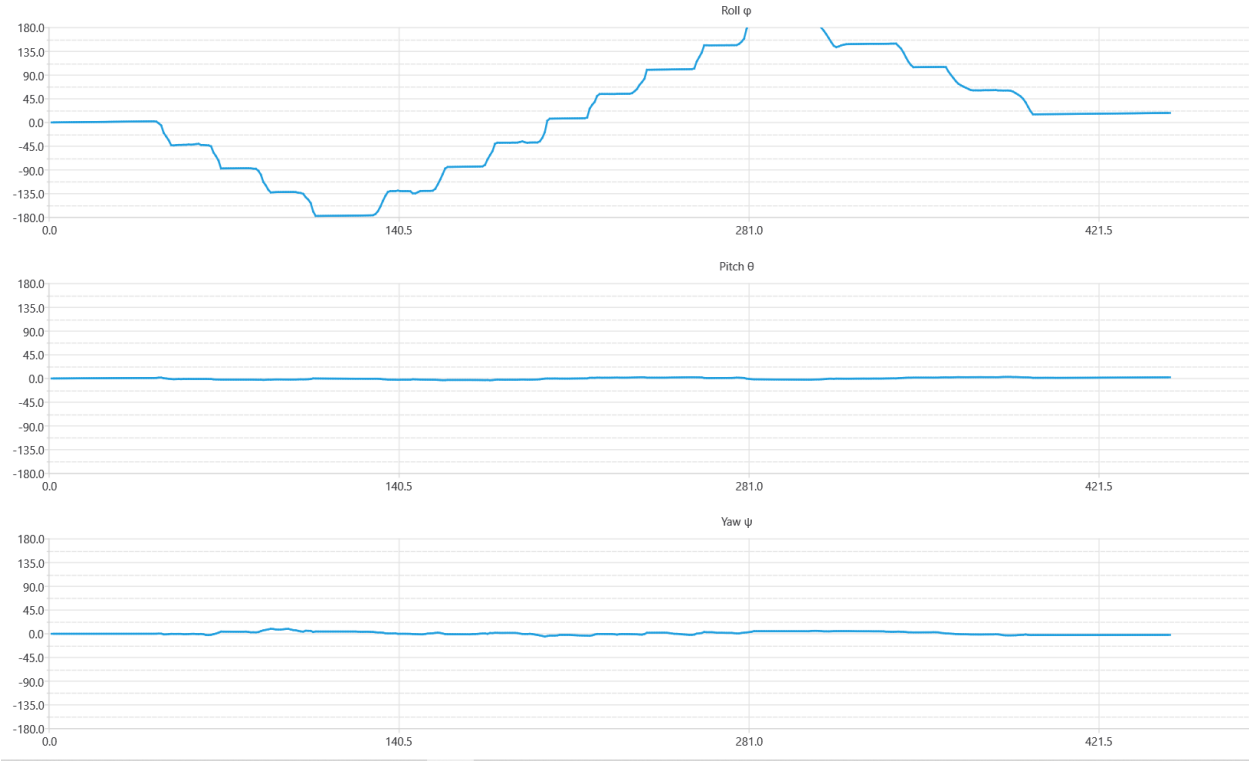

Рис.3.4. Обертання навколо осі x - крен φ верхній графік, тангаж θ - середній графік, рискання ψ - нижній графік; крок обертання - 45°

Як видно із графіка, попри те, що здійснюється обертання навколо осі x, значення кутів тангажу θ та рискання ψ є ненульові. Також при визначенні кутів при обертанні гіроскопа від 180° до 0° можна побачити, що значення кута крену є дещо більшим за дійсне значення кута обертання. Це явище є дрейфом кутів гіроскопа.

Таблиця 3.3. Результати визначення кутів обертання за допомогою гіроскопа при обертанні MPU-6050 навколо осі x.

Дійсний кут	Крен φ	Відхилення	Тангаж θ	Рискання ψ
-180	-179.25	1.75	-0.63	4.1
-135	-133.86	1.14	-2.9	0.71
-90	-86.8	3.2	-3.16	-2.05
-45	-41.37	3.63	-2.22	-0.47
0	4.59	4.59	-0.56	0.5
45	51.38	6.38	1.53	-0.99
90	97.27	7.27	2.05	-0.11
135	143.22	8.22	3.37	0.02
180	189.44	9.44	2.73	-1.7

3.2.2 Дослідження тангажу θ за допомогою даних гіроскопа

Для дослідження тангажу за допомогою даних гіроскопа, здійснювалося обертання датчика, навколо осі у спочатку від позиції 0° до -180°, а потім від -180° до 180° і від 180° до 0° з кроком 45°.

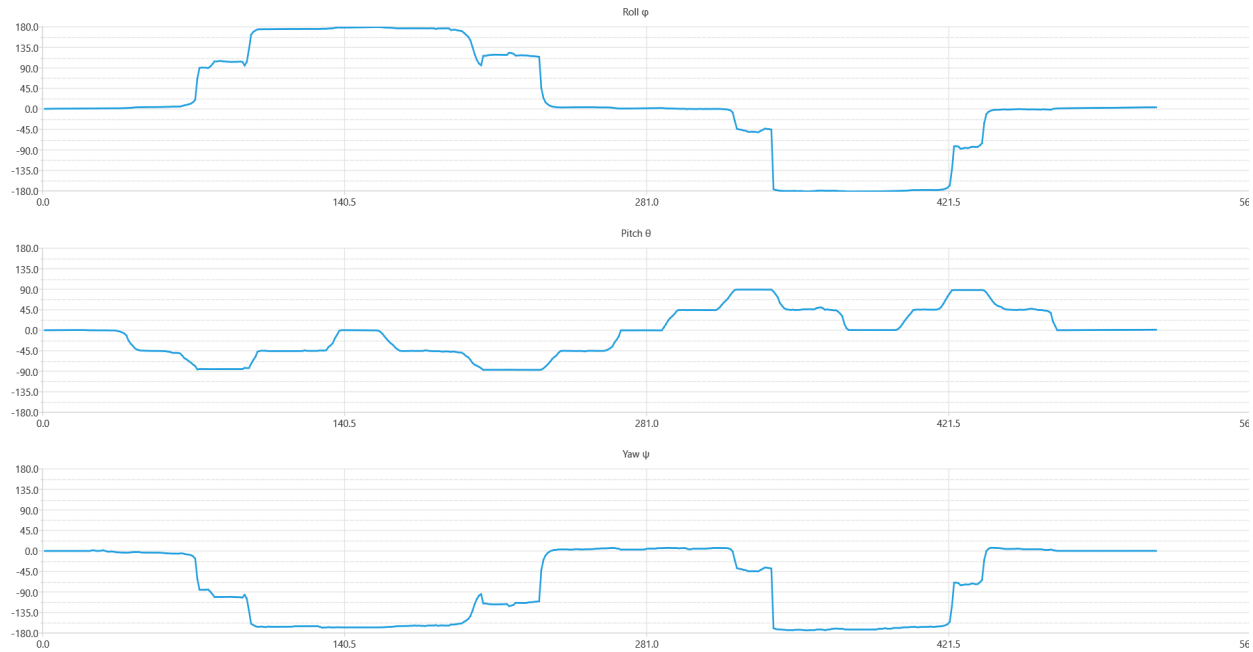

Рис.3.5. Обертання навколо осі у - крен φ верхній графік, тангаж θ - середній графік, рискання ψ - нижній графік; крок обертання - 45°

З графіка даних можна побачити, що при тангажу рівному ±90°, змінюються значення крену та рискання. Це зумовлене тим, що ці кути є невизначені при тангажу рівному ±90°.

Таблиця 3.4. Результати визначення кутів обертання за допомогою гіроскопа при обертанні MPU6050 навколо осі y у визначеному діапазоні для тангажу θ.

Дійсний кут	Тангаж θ	Відхилення	Крен φ	Рискання ψ
-90	-87.22	2.78	131.26	-125.84
-45	-45.52	0.52	2.78	8.55
0	0	0	0.99	12.56
45	45.22	0.22	0.41	10.17
90	89.2	0.8	-121.41	-110.3

3.2.3 Дослідження рискання ψ за допомогою даних гіроскопа

Для дослідження рискання за допомогою даних гіроскопа, здійснювалося обертання датчика, навколо осі z спочатку від позиції 0° до -180°, а потім від -180° до 180° і від 180° до 0° з кроком 45°.

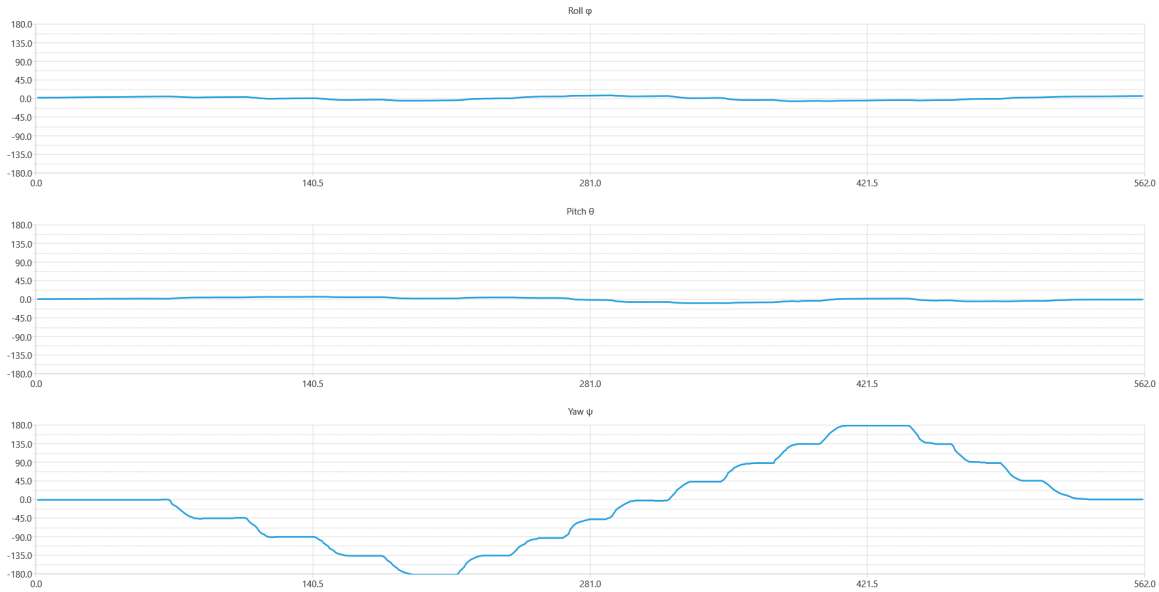

Рис.3.6. Обертання навколо осі y - крен φ верхній графік, тангаж θ - середній графік, рискання ψ - нижній графік; крок обертання - 45°

Як можна зауважити з рисунку 3.6., кут рискання має менший дрейф. І через що не спостерігається значне відхилення виміряного кута від дійсного. Детальніше це можна побачити з таблиці 3.4.

Таблиця 3.5. Результати визначення кутів обертання за допомогою гіроскопа при обертанні MPU6050 навколо осі z.

Дійсний кут	Рискання ψ	Відхилення	Крен φ	Тангаж θ
-180	-178.31	1.69	2.37	3.41
-135	-133.91	1.09	0.24	6.48
-90	-90.84	0.84	-4.98	7.78
-45	-44.44	0.56	3.82	-10.37
0	1.18	1.18	-2.54	-10.44
45	45.97	0.97	-7	-6.48
90	90.58	0.58	-7.19	-1.28
135	135.65	0.65	-1.9	2.39
180	181.05	0.05	3.34	2.85

3.3.4 Дослідження похибок гіроскопа на визначення кутів повороту

Якщо звернути увагу на кути відхилення при визначенні крену, тангажу та рискання під час обертання навколо осей x, y, z відповідно, то можна зауважити, що дрейф кута зростає. І дрейф гіроскопа є різним для різних кутів. Це можна зауважити, якщо залишити гіроскоп у стані спокою на

деякий час. Тоді значення кутів буде зростати, попри те, що не вібувається жодних обертаннь гіроскопу (рис 3.7).

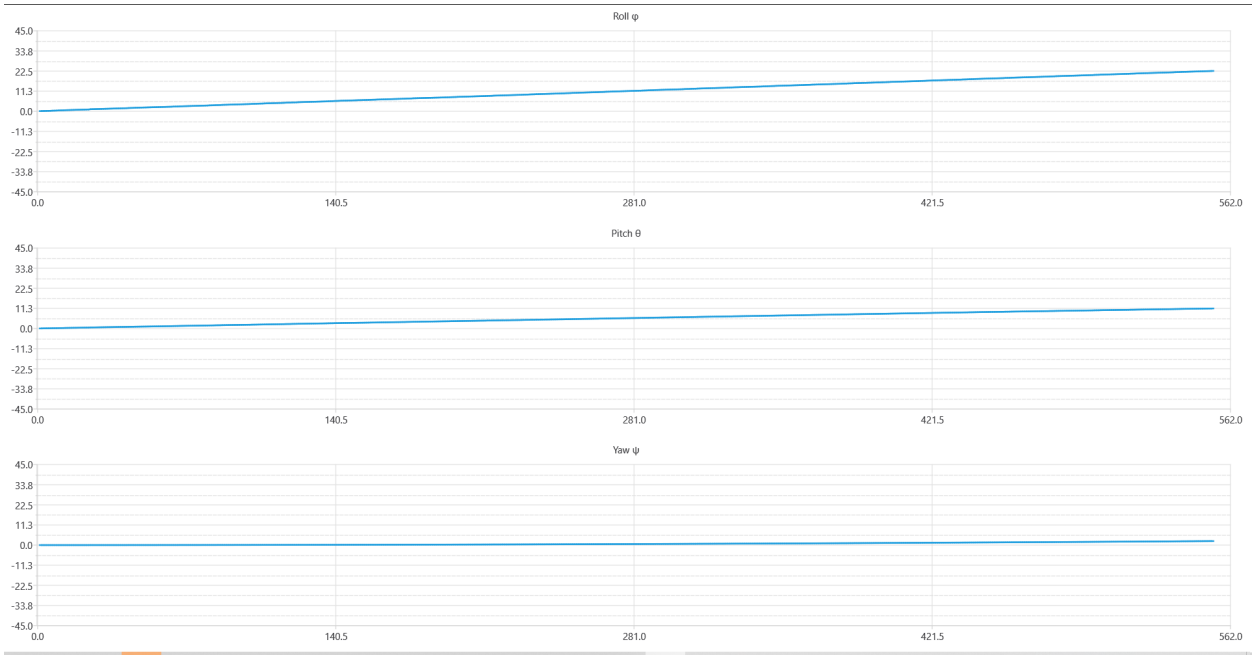

Рис.3.7. Обертання навколо осі y - крен φ верхній графік, тангаж θ - середній графік, рискання ψ - нижній графік; крок обертання - 45°

3.3 Обробка даних магнетометра

Якщо розмістити магнетометр паралельно до земної поверхні, то поворот відносно північного магнітного полюса визначається за формулою:

$$\psi = arctan(\frac{m_y}{m_x})$$

Щоб магнетометр точно визначав поворот відносно північного магнітного полюса, то його калібрування має проводится у тих самих умовах, у яких давач потім буде функціонувати.

3.3.1 Дослідження визначення рискання ψ за допомогою даних магнетометра

Для дослідження рискання за допомогою даних магнетометра здійснювалося повне обертання датчика, навколо осі z з кроком 45°.

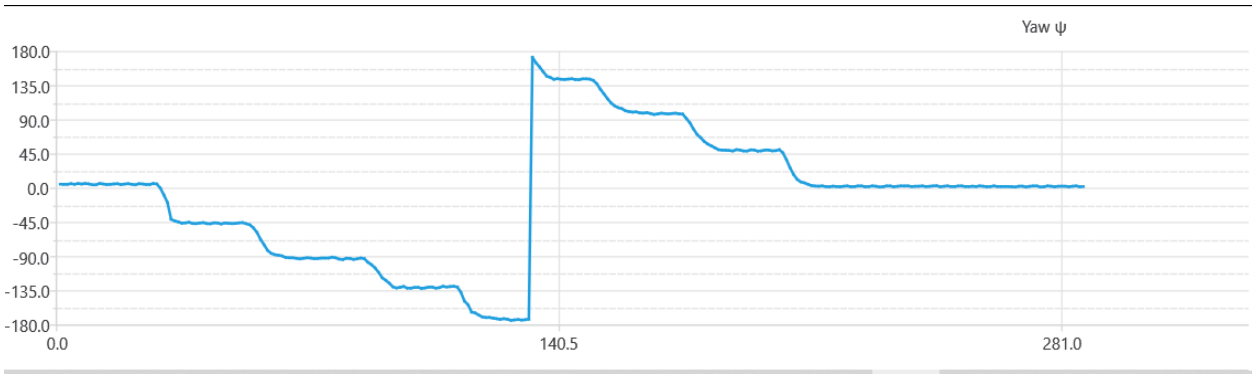

Рис.3.8. Обертання навколо осі z; графік рискання ψ ; крок обертання -45°.

У даташиті зазначено, що точність визначення Північного магнітного полюса за допомогою магнетометра HMC5883L становить 1° - 2°. Проте під час дослідження вимірювання рискання, найбільше відхилення становить 4.684°.

Таблиця 3.6. Результати визначення рискання відносно північного магнітного полюса за допомогою магнетометра HMC5883L.

Дійсний кут	Рискання ψ	Відхилення
0	-0.443	0.443
-45	-44.316	0.684
-90	-87.597	2.403
-135	-130.316	4.684
-180	-176.843	3.157
135	138.275	3.275
90	91.383	1.383
45	44.609	0.684

3.4 Комплементарного фільтр із злиттям даних мікроелектромеханічних акселерометра та гіроскопа

Мікромеханічний акселерометр не дрейфують, але він є шумним. Крім того, акселерометри визначають кути Ейлера неточно, коли відбувається поворот у русі та під час різних прискорень. Тому цей дачик найефективніше дозволяє визначити кути Ейлера у стані спокою.

Натомість, гіроскоп менш шумний на коротких проміжках часу і точність менш залежить від температури робочого середовища. Проте під час вимірювань у стані спокою, значення похибки дрейфу зростає. Під час тривалого використання гіроскопа зростає похибка випадкового блукання кута. Тому за допомогою цього датчика найефективніше можна визначати кути Ейлара на коротких проміжках часу.

Відповідно, для точнішого визначення кутів орієнтації, можна використовувати значення гіроскопа. А щоб компенсувати його дрейф, можна брати деякий відсоток значення кутів, визначених з використанням акселерометра. Даний метод називається компланарний фільтр із злиттям даних датчиків. Цей фільтр пропускає низькі частоти вимірювань акселерометра та високочастотні вимірювання гіроскопа. Це дає нам перевагу гіроскопа протягом коротких періодів часу та стабільність акселерометра протягом тривалих періодів часу у визначеннях кутів орієнтації.

Формула комплементарного фільтра із злиттям даних датчика буде мати:

$$\varphi_{n+1} = \alpha \cdot \varphi_{accel} + (1 - \alpha) \cdot \varphi_{gyro}$$

$$\varphi_{gyro} = \varphi_{n-1} + \dot{\varphi} \cdot \Delta t$$

3.4.1 Дослідження визначення крену за допомогою комплементарного фільтра

Для дослідження кута крену за допомогою комплементарного фільтра здійснювалося повне обертання датчика, навколо осі x з кроком 45°.

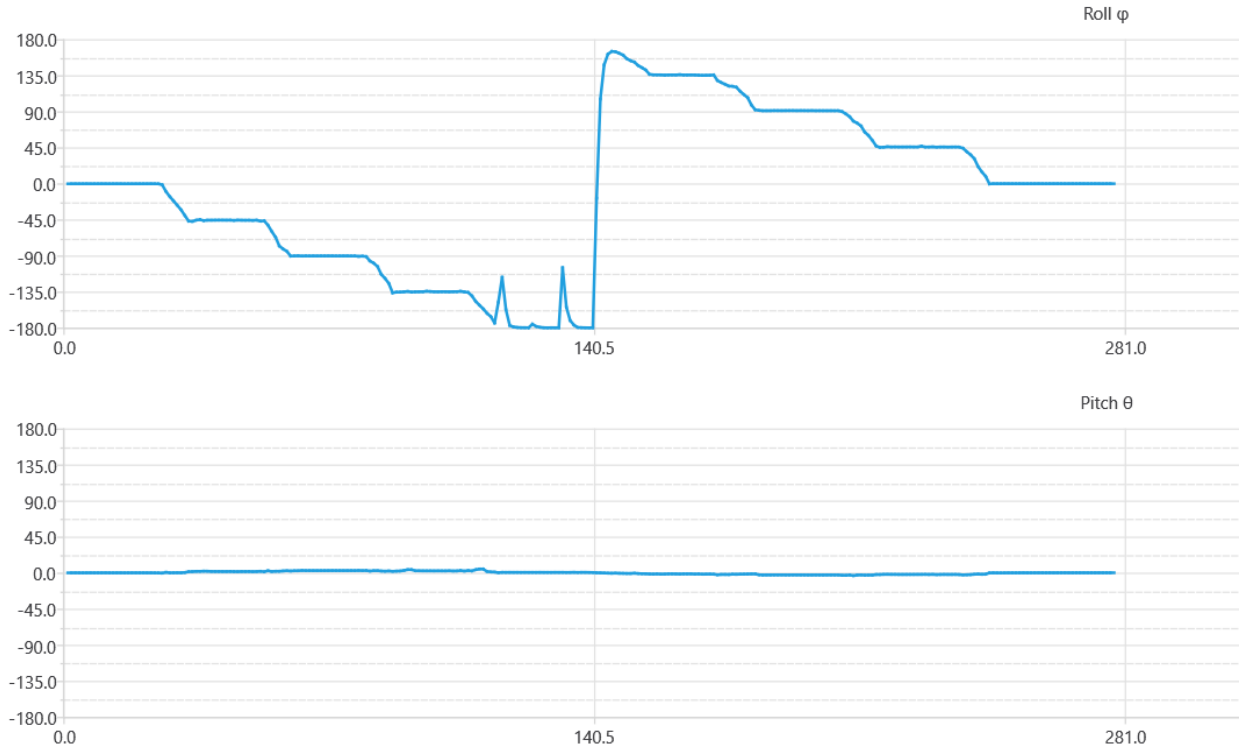

Рис.3.9. Обертання навколо осі x - крен φ верхній графік, θ тангаж- нижній графік; крок обертання - 45°

Як можна побачити з графіків, точність визначення кутів обертання за комплементарного фільтра є більшою, ніж визначення кутів обертання за допомогою лише акселерометра чи гіроскопа. На графіку відсутній дрейф гіроскопа. Через використання даних з акселерометра, зокрема функції atan2f, у графіку присутня нестабільність значень при крену 180°. Детальніші дані можна побачити на таблиці 3.4.

Таблиця 3.7. Результати визначення кутів обертання за допомогою гіроскопа при обертанні MPU6050 навколо осі z.

Дійсний кут	Крен φ	Відхилення	Тангаж θ
0	0.797	0.797	2.753
45	47.062	2.062	0.345
90	92.635	2.635	-1.976
135	137.011	2.011	-1.749
-180	-179.029	0.971	-0.523
-135	-134.612	0.388	1.925
-90	-90.167	0.167	-2.3316
-45	-45.307	-0.9198	-1.6342

3.4.2 Дослідження визначення тангажу за допомогою комплементарного фільтра

Для дослідження тангажу за допомогою комплементарного фільтра здійснювалося обертання датчика, навколо осі y з кроком 45°.

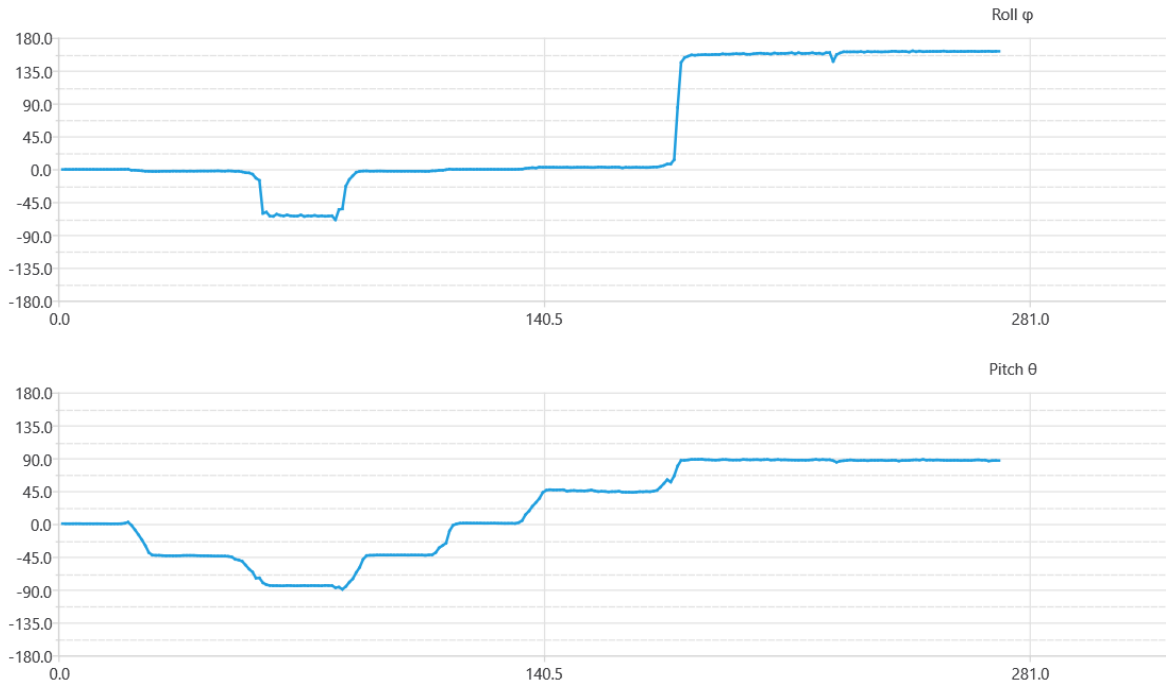

Рис.3.10. Обертання навколо осі y - крен φ верхній графік, θ тангаж- нижній графік; крок обертання - 45°

Як видно із графіка, із використанням комплементарного фільтра акселерометра і гіроскопа присутній момент невизначеності крена при тангажу рівному $\pm$ 90°.

Таблиця 3.8. Результати визначення кутів обертання за комплементарного фільтра акселерометра і гіроскопа при обертанні MPU6050 навколо осі z.

Дійсний кут	Тангаж θ	Відхилення	Крен φ
-90	-89.293	0.707	-39.768
-45	-44.612	0.388	-2.357
0	0.109	0.109	0.63
45	46.465	0.062	3.384
90	88.174	0.74	161.284

Також комплементарний фільтр видає неточні результати, якщо під час зчитування даних датчик не буде перебувати у стані спокою, як це було при визначенні кутів повороту за допомогою акселерометра.

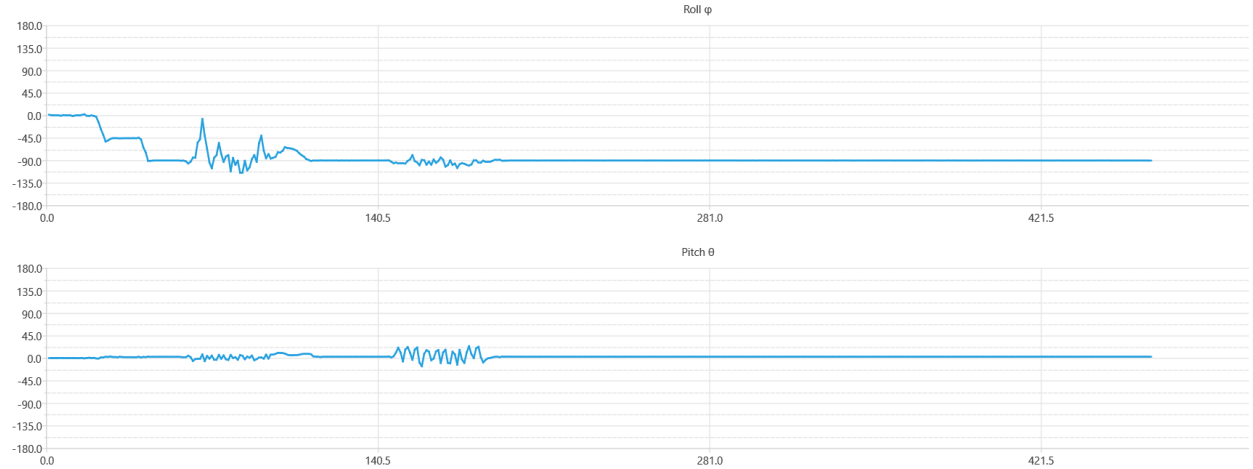

Рис.3.11. Вплив прискорення датчика по осі z та обертання навколо осі z на вихідні дані.

3.5 Визначення рискання методом злиття даних мікроелектромеханічного акселерометра та магнітометра

Для того, щоб визначати кут повороту відносно магнітного північного полюса, коли магнетометр не знаходиться паралельно Земній поверхні, можна використати злиття даних акселерометра і магнетометра.

Акселерометр визначає вектор, що напрямлений донизу по осі z, перпендикулярно до Земної поверхні. Результатом векторного добутку вектора магнітного поля та вектора прискорення Земного тяжіння є вектор, що є перпендикулярним двом попереднім векторам і він знаходиться у площині xy. Вектор результату векторного добутку вказуватиме на захід. Відповідно, уже можна легко визначити напрям магнітного північного полюса визначивши кут відносно заходу і додавши 90 градусів.

$$\begin{pmatrix} west_x \\ west_y \\ west_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

$$north = arctan(\frac{west_y}{west_x}) + 90$$

3.5.1 Дослідження визначення рискання за допомогою методу злиття даних акселерометра і магнетометра

Для дослідження рискання за допомогою комплементарного фільтра здійснювалося обертання датчика, навколо осі y з кроком 45° при нахиленому датчику на кут крену 30° і тангажу 45°.

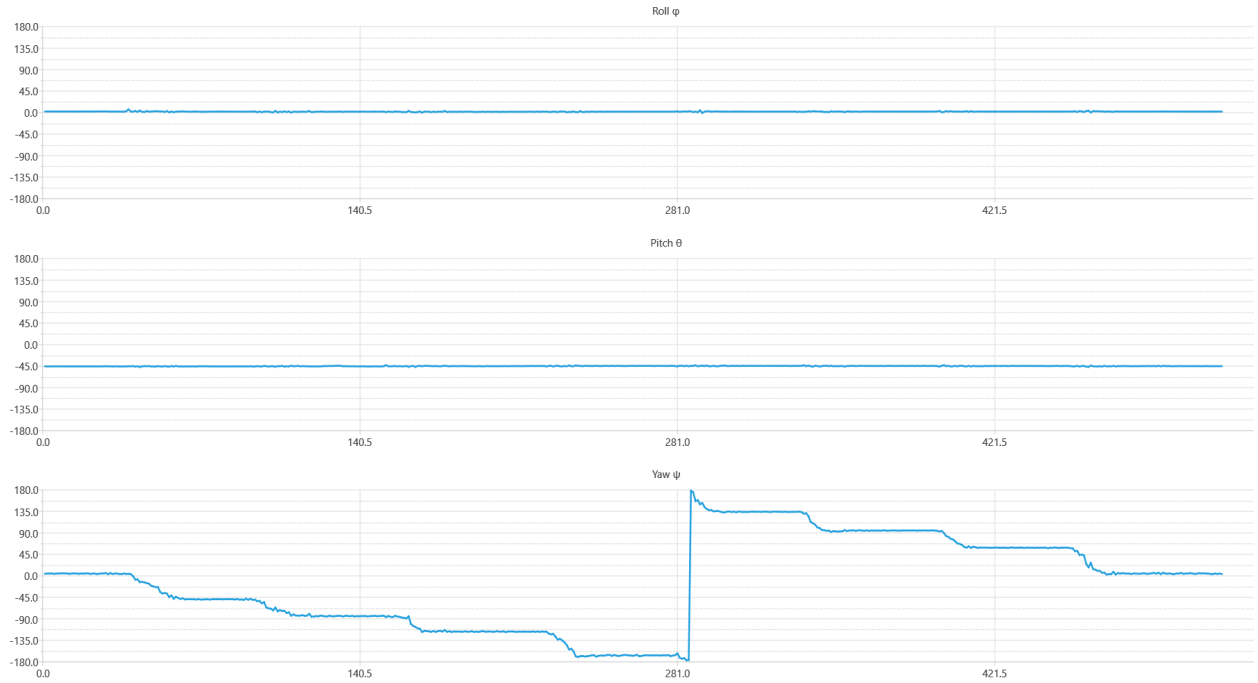

Рис.3.12. Обертання навколо осі z при нахиленому датчику на кут крену 0° і тангажу -45°. - крен φ верхній графік, θ тангаж- середній графік, графік рискання ψ - нижній графік; крок обертання - 45°

Як видно з графіку при визначення рискання при нахиленому магнетометру є менш точним, ніж коли магнетометр знаходиться паралельно Земній поверхні. Детальніше це можна побачити на таблиці 3.7.

Таблиця 3.9. Результати визначення рискання при різних кутах нахилу магнетометру .

	Рискання	δ	Рискання	δ	Рискання	δ	Рискання	δ	Рискання	δ
Дійсний кут	θ = 0 φ = 0		φ = -45 θ = 0		φ = 45 θ = 0		φ = 0 θ = -45		φ = 0 θ = 45	
0	1.824	1.824	-1.590	1.590	1.0236	1.0236	-0.7276	0.7276	-1.475	1.475
-45	-42.412	2.588	-34.728	10.271	-33.723	11.277	-37.618	7.382	-35.841	9.158
-90	-85.492	4.508	-88.636	1.364	-85.855	4.145	-93.095	3.095	-91.618	1.618
-135	-127.876	7.124	-140.547	5.547	-140.262	5.262	-143.525	8.525	-144.607	9.607
-180	-172.523	7.477	-177.123	2.877	-176.691	3.309	-178.408	1.592	-178.344	1.656
135	140.641	5.641	144.271	9.271	145.342	10.342	147.23	12.23	146.842	11.842
90	94.853	4.853	90.710	0.710	86.589	3.411	92.308	2.308	89.371	0.629
45	48.977	3.977	37.870	7.129	31.899	13.100	38.288	6.712	34.165	10.834
Макс δ	7.477		10.2712		13.1006		12.23		11.842	

	Рискання	δ	Рискання	δ	Рискання	δ	Рискання	δ
Дійсний кут	θ = -45 φ = -30		θ = 45 φ = -30		θ = -44 φ = 37		θ = 45 φ = 30	
0	1.1182	1.1182	0.6302	0.6302	-2.6732	2.673	0.278	0.278
-45	-68.700	23.700	-34.358	10.642	-35.1452	9.854	-65.717	20.717
-90	-112.524	22.524	-60.788	29.211	-58.652	31.3478	-113.888	23.888
-135	-137.267	2.267	-105.172	29.828	-99.232	35.768	-139.92	4.92
-180	-171.425	8.575	-175.931	4.069	-170.158	9.842	-175.74	4.26
135	120.59	14.41	146.756	11.756	148.412	13.412	110.758	24.242
90	67.324	22.675	120.031	30.031	118.43	28.43	64.106	25.894
45	39.226	5.773	72.725	27.725	66.359	21.359	38.403	6.596
Макс δ	23.7006		30.031		35.768		25.894	

δ - відхилення від дійсного значення

Висновок

У даній роботі розглянуто теоретичні основи інерціальних систем, калібрування інерціальних систем та основи оброблення даних. З отриманих даних можна зробити такі висновки:

Акселерометр дозволяють швидко обчислити значення крену і тангажу і він не дрейфує. Проте, цей сенсор є досить шумним і він найефективніше визначає кути в діапазоні від -45° до 45°, які змінюються повільно.

Гіроскоп дозволяє швидко обчислювати усі три кути Ейлера. Він не є шумним, як акселерометр. Проте цей датчик дрейфує і тому неефективний для визначення кутів, що повільно змінюються.

Використання комплементарного фільтра акселерометра і гіроскопа дозволяє використати переваги обох сенсорів, щоб усунути шуми і недоліки, що присутні при використанні окремо сенсорів. Проте цей фільтр ефективно працює, лише коли сенсор перебуває у стані спокою і неефективний при русі.

Використання матриць напрямних косинусів є інтуїтивно зрозумілим способом для визначення кутів повороту. Проте, при обчисленні кутів повороту цим методом може виникнути ефект “блокування обертання”.

Магнетометр дозволяє визначати рискання відносно північного магнітного полюса. Проте, щоб цей сенсор ефективно працював необхідно добре відкалібрувати. І процес калібрування має відбуватися, якщо поблизу магнетометра відбувається процес, що змінює магнітні поля у середовищі в

якому працює сенсор, наприклад, якщо на пристрої на якому працює магентомет міняється батарея. Також магнетометр не настільки швидко видає вихідні дані, як акселерометр чи гіроскоп.

Тому, для визначення кутів повороту з використанням даних інерціальних систем, можна використовувати кватерніони. Такий спосіб обчислення не має ефекту “блокування обертання”. Також, щоб отримувати дані рискання частіше, можна обчислювати цей кут за допомогою гіроскопа, а дрейф компенсувати даними із магнетометра. Для цього можна використати фільтр Калмана, Магоні або Маджвіка. Ці фільтри також здатні ефективно визначають кути повороту, коли інерціальна система знаходиться у русі.

Використані джерела

1. Complementary filters [Електронний ресурс] Режим доступу: https://vanhunteradams.com/Pico/ReactionWheel/Complementary_Filters.html
2. Euler angles [Електронний ресурс] // Вікіпедія вільна енциклопедія. - Режим доступу: https://en.wikipedia.org/wiki/Euler_angles
3. GNSS applications [Електронний ресурс] // Вікіпедія вільна енциклопедія. - Режим доступу: https://en.wikipedia.org/wiki/GNSS_applications
4. Rotation matrix [Електронний ресурс] // Вікіпедія вільна енциклопедія. - Режим доступу: https://en.wikipedia.org/wiki/Rotation_matrix
5. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice [Електронний ресурс] // Randy Beard, Tim McLain - Режим доступу: - https://github.com/randybeard/uavbook
6. The geomagnetic field [Електронний ресурс] - Режим доступу: https://www.researchgate.net/figure/The-geomagnetic-field-The-Earths-magnetic-field-is-similar-to-a-bar-magnet_fig32_331101972
7. The Cameras on the Mars 2020 Perseverance Rover [Електронний ресурс] // nasa.gov : офіційний сайт. - https://mars.nasa.gov/mars2020/spacecraft/rover/cameras/