

## Лабораторна робота №4 АБЕРАЦІЇ ЛІНЗ ФОТОКАМЕР

*Мета роботи:* спостереження та пояснення різних похибок стандартних лінз, прототипи яких використовують у фотокамерах.

*Обладнання:* освітлювач, лінзи, екран, світлофільтри, діафрагми.

Зображення точкового об'єкта залишається точковим лише тоді, коли для освітлення об'єкта використовують т.зв. *параксіальні промені* – промені, які утворюють малі кути з оптичною віссю. За умови використання широких світлових пучків *гомоцентричний пучок* (пучок, у якому промені виходять з однієї точки і збираються теж в одній точці) перестає бути гомоцентричним після заломлення в оптичній системі. Тоді зображення об'єкта стає плямкою замість точки. Відповідно, погіршується різкість зображення. Такі недоліки або спотворення зображень, одержаних за допомогою лінзи чи складнішої оптичної системи, називають *абераціями*.

*Аберація* (від латинського *aberratio* – *відхилення*) – це дефект або похибка зображення, одержаного в оптичній системі. Вона виявляється в тому, що зображення втрачає чіткість і неточно відповідає зображуваному об'єктові. Нижче коротко описано основні види аберацій лінз і лінзових систем.

### 1. Сферична аберація

За допомогою строгої теорії можна довести, що лінза збирає в одній точці тільки вузький пучок променів, які поширюються під малими кутами до головної оптичної осі – *параксіальних променів* (див. промені зліва на рис. 1). Промені, які поширюються під великими кутами до оптичної осі (див. промені справа на рис. 1), лінза також збирає в одній точці, проте ця точка не збігається з відповідною точкою для випадку променів під малими кутами. Загалом закономірність є такою: чим далі від оптичної осі падає на лінзу промінь, тим ближче до лінзи він перетинає оптичну вісь (порівн. промені справа і зліва на рис. 1). Отже, якщо зображення точки одночасно формується променями, які поширюються і під малими, і під великими кутами, то точковому предметові відповідатиме не точкове зображення, а деякий набір точок, сукупність яких формує плямку скінченних розмірів. Глибинна причина цього спотворення зображення точки – це сама сферична форма поверхонь лінзи. Тому це спотворення називають сферичною аберацією лінзи.

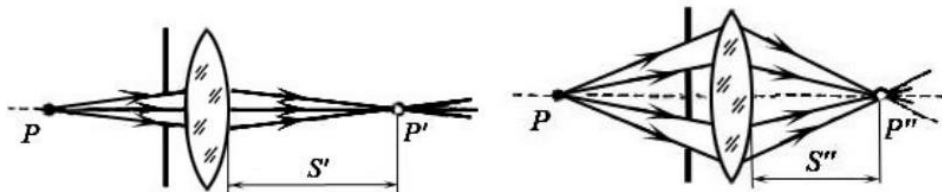


Рис. 1. Хід променів крізь лінзу при сферичній аберації для малих кутів до оптичної осі (зліва) і для довільних кутів до оптичної осі (справа).

Розглянемо ці явища докладніше. *Сферична аберація* – це дефект зображення, внаслідок якого промені, що поширюються поблизу оптичної осі системи, і промені, що проходять на значній віддалі від оптичної осі, не збираються в одній і тій самій

точці. Як уже зазначено, сферична аберація призводить до *порушення гомоцентричності* пучка: промені, що пройшли крізь центральну зону лінзи і крізь її крайову зону, перетинають оптичну вісь у різних точках. Нехай точки  $P'$  і  $P''$  – це крайні точки зображення вихідної точки  $P$ , одержані для променів із найменшими та найбільшими кутами до оптичної осі. Тоді замість єдиного точкового зображення точки  $P$  після лінзи матимемо нескінченну множину таких точкових зображень, утворених усіма променями. Ці зображення займуть всі проміжні точки між точками  $P'$  і  $P''$ . Отже, зображення осьової точки  $P$  буде недосконалим – воно буде відрізком, а не точкою. Віддаль  $\delta S = S'' - S'$  називають *повздовжньою сферичною аберацією*. Фактично – це довжина лінійної плямки-зображення вихідної точки  $P$ .

Виявляється, що подібну картину спостерігатимемо й тоді, коли на лінзу падає паралельний пучок променів. На екрані, перпендикулярному до оптичної осі, утвориться кружок розсіяння – деяка світла пляма замість точки. Іншими словами, зображення точки, сформоване лінзою, є плямкою зі скінченними розмірами не лише вздовж оптичної осі, а й у напрямку, перпендикулярному до оптичної осі. Це явище називають *поперечною сферичною аберацією*.

Сферичну аберацію спостерігають навіть у монохроматичному світлі (коли відсутня т.зв. хроматична аберація – див. нижче) і навіть для тих точок предмета, які розміщені на оптичній осі (коли відсутня аберація астигматизму – див. нижче).

Модулі величини  $\delta S$  для різних лінз залежать від кривизни їхніх поверхонь, а знаки  $\delta S$  – від типу лінз. Для збірної лінзи поздовжня сферична аберація від'ємна ( $S'' < S'$ ), а для розсіювальної – додатна ( $S'' > S'$ ). Цей фундаментальний факт підказує ідею *компенсування* сферичної аберації оптичних систем: цього можна досягти шляхом комбінування збірних і розсіювальних лінз у лінзовій системі. Тому в об'єктивах фотокамер зі сферичними абераціями борються, поєднуючи в фотооб'єктиві збірні та розсіювальні лінзи з різними радіусами кривизни. Іноді це може бути 5–10 лінз. Для розрахунку та виправлення аберацій оптичних систем можна використовувати широко відомий платний програмний пакет Zemax.

## 2. Хроматична аберація

*Хроматична аберація* виявляється в тому, що зображення точки, одержане в білому світлі, стає кольоровою плямкою. Ця аберація пов'язана з дисперсією показника заломлення  $n$  – його залежністю від довжини хвилі світла  $\lambda$  (або від кольору світла). Залежності  $n(\lambda)$  для деяких речовин наведено на рис. 2. Вони мають нелінійний характер, причому зі зростанням довжини хвилі показник заломлення типово зменшується. Інакше, короткі хвилі заломлюються сильніше, ніж довгі. Наприклад, червоне світло в оптичній речовині заломлюється на найменший кут, а фіолетове світло – на найбільший кут.

Пояснимо механізм хроматичної аберації. Нехай лінзу освітили монохроматичним світлом. Відомо, що її фокусну віддаль  $f$  визначають за формулою

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (1)$$

де  $R_1$ ,  $R_2$  – це радіуси кривизни обох поверхонь лінзи, а  $n$  – показник заломлення матеріалу, з якого виготовлено цю лінзу. З формули (1) видно, що фокусна віддаль  $f$

лінзи залежить від показника заломлення:  $f = f(\lambda)$ . У свою чергу, показник заломлення залежить від довжини хвилі:  $n = n(\lambda)$ . Як наслідок, одержуємо залежність фокусної відстані від довжини хвилі  $f(\lambda)$ . Саме ця залежність спричиняє таку похибку лінзи як *поздовжньою хроматичну аберацію*, за якої навіть для параксіальних променів немонохроматичний пучок має цілу низку фокусів. І, як наслідок, параксіальні немонохроматичні промені (для яких сферична аберація відсутня) дають зображення точки не у вигляді точки, а у вигляді плямки скінченних розмірів.

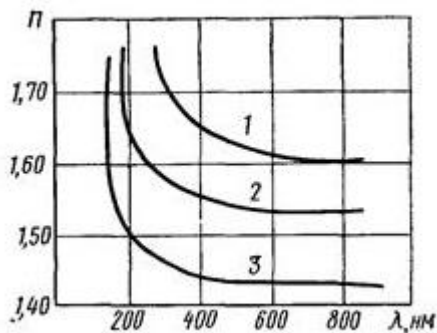


Рис. 2. Приклади залежностей показника заломлення  $n$  від довжини хвилі  $\lambda$  світла для деяких речовин: 1 – скло з високою густиною (т.зв. важке скло), 2 – кварц (диоксид кремнію  $\text{SiO}_2$ ), 3 – флюорит (фторид кальцію  $\text{CaF}_2$ ).

Скажімо, зображенням деякої точки, одержаним в білому світлі за допомогою лінзи на рис. 3, буде деякий відрізок, обмежений точками  $F_\phi$  і  $F_\psi$ . Тонка збірна лінза має більшу оптичну силу  $1/f$ , а тому меншу фокусну віддаль  $f$  для фіолетових променів, аніж для червоних. Відповідно, точка на осі зобразиться кольоровою смужкою, розміри якої залежать від положення екрана. Чим менша дисперсія показника заломлення матеріалу лінзи, тим менша поздовжня хроматична аберація.

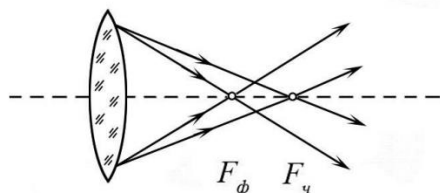


Рис. 3. До пояснення хроматичної аберації збірної лінзи.

Усування або послаблення хроматичної аберації для системи лінз називають *ахроматизацією* цієї системи. Це можна зробити, комбінуючи кілька лінз, виготовлених із різних сортів скла. Наприклад, до збірної лінзи з оптичного скла кронгласу можна приклеїти розсіювальну лінзу з флінтгласу. Ці дві лінзи обирають так, щоб їхні фокусні віддалі для певних довжин хвиль збігалися. Наприклад, це може бути центральна у видимій ділянці спектра довжина хвилі, якій відповідає зелений колір. В ахроматизованих систем лінз для зручності часто усувають і сферичну аберацію.

Об'єктиви фотокамер іноді ахроматизують у тій ділянці спектра, в якій світлочутлива матриця фотокамери має максимальну чутливість. Так, у дорогих фотокамерах ахроматизацію здійснюють не для єдиної довжини хвилі, а для двох або й більшої кількості довжин хвилі. Така лінзова система фотооб'єктива може налічувати до десяти лінз.

### 3. Астигматизм

Вище ми розглядали аберації, зумовлені різними фокусними віддальми для променів, що поширюються *під різними кутами* до оптичної осі лінзи (сферична аберація), або для променів з *різними довжинами хвиль* (хроматична аберація). Ви-

являється, що існує також аберація, пов'язана з різними фокусними віддальми для променів, які поширюються в різних площинах. Це т.зв. аберація астигматизму.

Астигматизм спостерігаємо, якщо оптична система формує зображення точки  $P$ , розміщеної поза оптичною віссю лінзи. Він з'являється, коли (широкий або навіть вузький) світловий пучок поширюється під значним кутом до оптичної осі. Назва цієї аберації походить від грецького префікса «а», який позначає відсутність або заперечення чогось, і слова «стигма» (тут точка). За строгою теорією, вертикальні промені, які виходять із позаосьової точки  $P$ , і перпендикулярні їм промені не збираються в єдиній точці. Це призводить до розмиття зображення точки  $P$ .

А саме, меридіональні промені (промені, що поширюються у вертикальній площині  $mt$ , яка містить оптичну вісь лінзи, – див. рис. 4), перетинаються в просторі зображень дещо «раніше», ніж сагітальні промені (промені, що поширюються в площині  $ss$ , яка не містить оптичної осі, – див. рис. 4). Зазначимо, що площина  $ss$  не є горизонтальною. Відстань  $\Delta x = P'_m - P'_s$  між зображеннями точки, одержаними у вигляді взаємно перпендикулярних відрізків, визначає величину астигматизму лінзи. Ця відстань тим більша, що більша відстань від предметної точки  $P$  до оптичної осі лінзи. Звісно, для точок  $P$  на осі лінзи астигматизм відсутній.

Першою причиною астигматизму є те, що меридіональні та сагітальні промені падають на поверхню лінзи під різними кутами. Як наслідок, різними є їхні кути заломлення, а тому й відповідні фокусні віддалі. Такий астигматизм має місце навіть тоді, коли сама лінза є ідеально симетричною стосовно вертикальної та горизонтальної площин, які проходять крізь оптичну вісь лінзи.

Другий тип астигматизму має тривіальніше походження. Він з'являється, якщо симетрія лінзи щодо вертикальної та горизонтальної площин порушена, наприклад, через брак у виробництві лінзи. На жаль, цей вид астигматизму часто притаманний людському зорові, оскільки будова ока у вертикальній і горизонтальній площинах дещо різна. Тому ми часто по-різному бачимо вертикальні й горизонтальні лінії однакової товщини.

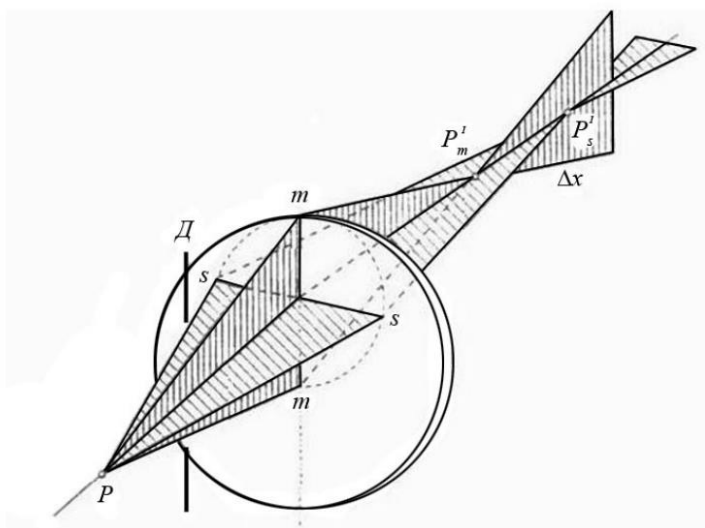


Рис. 4. До пояснення аберації астигматизму.

Астигматизм супроводжується появою кривизни зображення, а саме лінза зображає вихідну точку  $P$  двома взаємно перпендикулярними відрізками, а деякий

плоский предмет – викривленими поверхнями, радіуси кривизни яких різні для меридіональних і сагітальних променів.

Спостерігати астигматизм зручно за допомогою фігури, утвореної концентричними колами та їхніми радіусами, – «колесами зі спицями» (рис. 5а). Переміщуючи екран вздовж оптичної осі лінзи, за деяких умов на екрані можна побачити зображення фігури, в якому розмитими є «спиці» (рис. 5б). Тоді екран перетинає поверхню зображення в сагітальних променях, орієнтованих уздовж «коліс». Якщо ж площина екрана збігається з орієнтацією меридіональних променів (уздовж «спиць»), то ситуація зміниться – розмитими стануть уже «колеса» (рис. 5в).

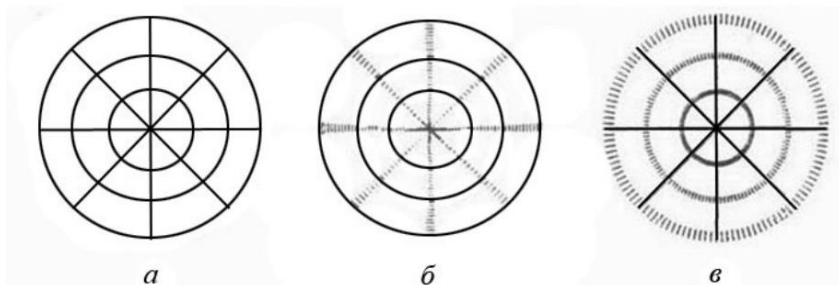


Рис. 5. Фігура у вигляді «коліс зі спицями» для вивчення астигматизму (а), а також її зображення, одержані в сагітальних (б) і меридіональних (в) променях.

Якщо фотооб'єктив повинен давати чітке зображення в деякій площині, то його астигматизм слід виправити. Це здійснюють спеціальним підбором параметрів конструктивних елементів системи лінз: радіусів їхніх поверхонь, показників заломлення і віддалей між поверхнями різних лінз. Системи лінз із виправленими астигматизмом і кривизною зображення називають *анастигматичними*. Тут ще один префікс «ан» заперечує термін «астигматизм».

#### 4. Кома

Вище згадувалося, що сферична аберація зумовлена широкими пучками – тобто пучками, різні промені в яких поширюються і під малими, і під великими кутами до оптичної осі лінзи. До аберацій, зумовлених широкими пучками, належить і кома. *Кома* з'являється тоді, коли зображення точки формується широким пучком, нахиленим до оптичної осі. Іноді кому розглядають як різновид сферичної аберації для променів, що не проходять крізь оптичну вісь лінзи або системи лінз.

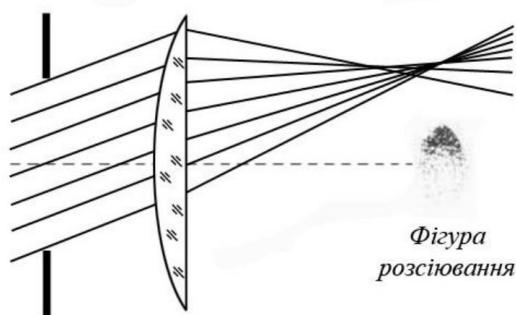


Рис. 6. До пояснення появи аберації коми.

Різні промені в похилому пучку заломлюються неоднаково внаслідок відсутності симетрії відносно оптичної осі лінзи. Більш віддалені від оптичної осі промені (див. рис. 6) зобразяться кружками більших радіусів, розміщеними далі від оптичної осі. Із наближенням променів до оптичної осі зображення теж наближається

до неї, а радіус кружка зменшується. Накладання сукупності таких кружків утворить фігуру розсіяння, яка нагадує комету з хвостом (слово *кома* походить від грецького *χομα* – *пасмо волосся*; до речі, слово *комета* має схоже походження – від *κομητης*, тобто *волосатий*).

Зазначимо, що в фотооб'єктивах кому виправляють так само, як і сферичну аберацію, – тобто шляхом підбору лінз у лінзовій системі.

## 5. Дисторсія

Дисторсія (від латинського *distorsio* – *викривлення*) відрізняється від решти аберацій тим, що внаслідок її впливу не погіршується різкість зображення, а викривляється геометрія зображення. *Дисторсія* полягає в тому, що поперечне лінійне збільшення для різних ділянок в площині зображення неоднакове і залежить від кута між віссю пучка та оптичною віссю лінзи. Тоді будь-які прямі в площині предмета, які проходять крізь оптичну вісь, зображуються також прямими, а решта прямих – кривими. Якщо лінійне збільшення зростає з віддаленням від оптичної осі (тобто при віддаленні від оптичної осі збільшення на краю зображення є більшим, ніж у центрі зображення), то дисторсія *подушкоподібна* (або *додатна* – див. рис. 7б). У лінзових системах трапляється й протилежна ситуація – т.зв. *бочкоподібна* (або *від'ємна*) дисторсія (рис. 7в). Тоді збільшення на краю зображення менше, ніж в його центральній частині.

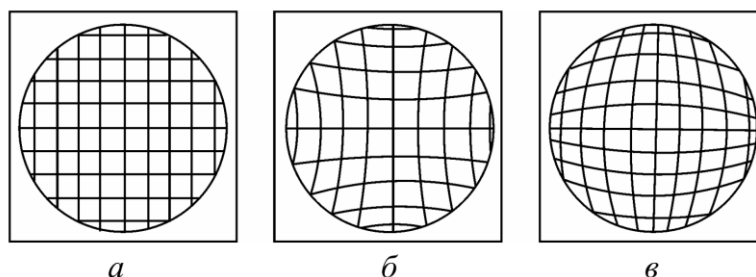


Рис. 7. Прямокутна сітка (а) і її спотворення внаслідок аберації дисторсії: б – додатна (подушкоподібна) дисторсія, в – від'ємна (бочкоподібна) дисторсія.

На дисторсію істотно впливає *діафрагмування* світлового пучка – тобто перекривання частини пучка т.зв. *діафрагмою*. Якщо *діафрагма* розміщена перед лінзою, то квадрат відобразиться «бочкою», а якщо після лінзи – то «подушкою». Очевидно, що система двох лінз і розміщеної між ними *діафрагми* усуває цей тип аберації. Постійність збільшення по всьому зображенню, незалежно від розмірів і форми предмета, називають *ортоскопією*. Тому оптичні системи, позбавлені дисторсії, іноді називають *ортоскопічними*.

## 6. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

**I. Одержати зображення зі сферичною аберацією, дослідити та визначити величину поздовжньої сферичної аберації лінзи**

**1.** Відцентрувати оптичну систему, виставивши центри оптичних поверхонь і *діафрагм* на однаковій висоті щодо оптичної лави.

**2.** На оптичній лаві перед освітлювачем встановити *діафрагму* (скляну пластинку Д із двома концентричними отворами-щілинами – див. рис. 8) і світлофільтр СФ для одержання монохроматичного світла. Якщо світло немонохроматичне, то на

сферичну аберацію накладуться інші аберації, зокрема хроматична, що ускладнить картину експерименту.

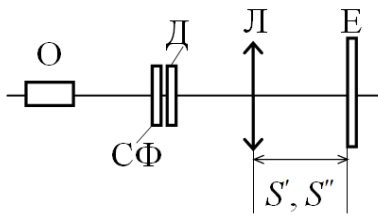


Рис. 8. Схема установки для визначення величини поздовжньої сферичної аберації лінзи: О – освітлювач; СФ – світлофільтр; Д – діафрагма; Л – лінза; Е – екран.

3. Пересуваючи екран Е і збірну лінзу Л, досягти чіткого зображення внутрішнього кільця діафрагми (зовнішнє кільце тоді залишається розмитим). Тут чітке зображення внутрішнього кільця утворене променями, які поширюються близько до оптичної осі лінзи і проходять крізь центральну зону лінзи. Тобто екран розміщений у фокусі променів, близьких до оптичної осі.

4. Зарисувати або сфотографувати зображення кільця. Подати це зображення у звіті про виконання лабораторної роботи.

5. Виміряти відстань  $S''$  від лінзи до екрана.

6. Пересуваючи екран і збірну лінзу, одержати чітке зображення зовнішнього кільця діафрагми (тоді внутрішнє кільце розмите). Тепер чітке зображення зовнішнього кільця утворене променями, які поширюються на значній віддалі від оптичної осі лінзи і проходять крізь крайові зони лінзи. Тобто екран розміщений у фокусі променів, віддалених від оптичної осі.

7. Зарисувати або сфотографувати зображення кільця і подати його в звіті.

8. Виміряти відстань  $S'$  від лінзи до екрана.

9. Знайти величину поздовжньої сферичної аберації за формулою

$$\delta S = S'' - S'.$$

10. У звіті пояснити причини появи сферичної аберації.

## II. Одержати зображення з хроматичною аберацією і дослідити хроматичну аберацію лінзи

1. Встановити на оптичній лаві діафрагму Д із хрестиком і освітити її світлом різних кольорів, розміщуючи перед джерелом світла різні світлофільтри СФ (рис. 9).

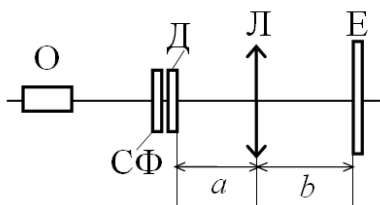


Рис. 9. Схема установки для дослідження хроматичної аберації лінзи: О – освітлювач; СФ – світлофільтр; Д – діафрагма; Л – лінза; Е – екран.

2. Одержати чітке (без ореола) зображення хрестика на екрані Е, зарисувати або сфотографувати це зображення. Подати його в звіті.

3. Виміряти відстані  $a$  (від лінзи Л до діафрагми Д) і  $b$  (від лінзи Л до екрана Е).

4. Обчислити фокусну відстань  $f$  лінзи Л за формулою

$$f = \frac{ab}{a + b}. \quad (2)$$

5. Змінюючи світлофільтри і щоразу фокусуючи зображення на екрані, досягти чіткого зображення хрестика у світлі різних кольорів (різних довжин хвиль). Розрахувати фокусні відстані  $f$  лінзи на цих довжинах хвиль. Дані вимірювань і обчислень занести в таблицю 1. Вважати, що червоне світло має приблизну довжину хвилі  $\lambda = 650$  нм, жовте –  $\lambda = 570$  нм, а синє –  $\lambda = 450$  нм.

6. Ознайомитися з одним зі стандартних програмних пакетів для чисельного аналізу даних і наукової графіки. Наведені нижче вказівки та ілюстрації стосуються програмного пакету Origin. У разі його обрання перенести результати вимірювань для відстаней  $a$  і  $b$  з табл. 1 у таблицю Origin (рис. 10).

Таблиця 1

Таблиця результатів вимірювань відстаней від лінзи до діафрагми і від лінзи до екрана та обчислення фокусних відстаней лінзи на різних довжинах хвиль

$\lambda$ , нм	$a$ , см	$b$ , см	$f$ , см
450 (синє світло)			
570 (жовте світло)			
650 (синє світло)			

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)
Long Name	$\lambda$	$a$	$b$	$f$
Units	nm	cm	cm	cm
Comments				
1	450	...	...	...
2	570	...	...	...
3	650	...	...	...

Рис. 10. Приклад таблиці програми Origin для результатів вимірювань відстані  $a$  від лінзи до діафрагми і відстані  $b$  від лінзи до екрана, а також обчислення фокусних відстаней  $f$  лінзи на різних довжинах хвиль  $\lambda$ .

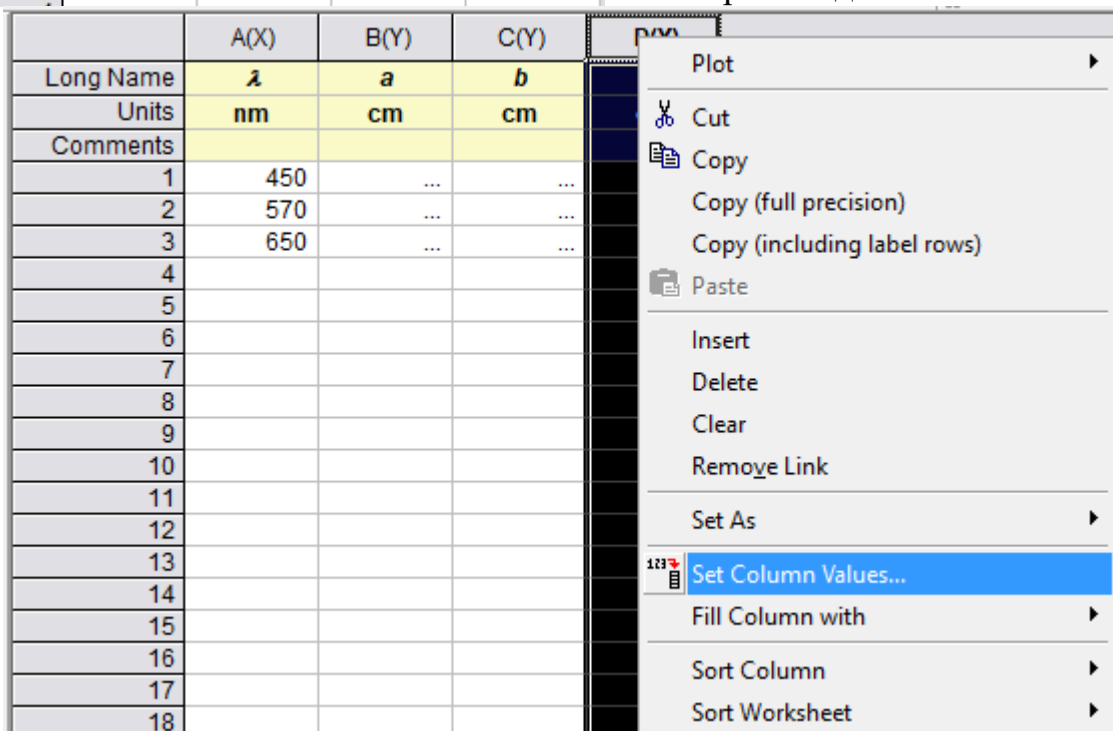


Рис. 11а. Виділення стовпця D(Y) і вибір опції Set Column Values.

7. Виділити стовпець D(Y), клікнувши лівою клавiшею миші по його назві. Всі комірки стовпця при цьому забарвляться в чорний колір (рис. 11а). Клікнувши пра-



вою клавішею миші по виділеному стовпцеві, ми викличемо випадаюче меню, з якого обираємо опцію Set Column Values. Стовпцеві D(Y) присвоїти значення відповідно до формули (2) (див. рис. 116).

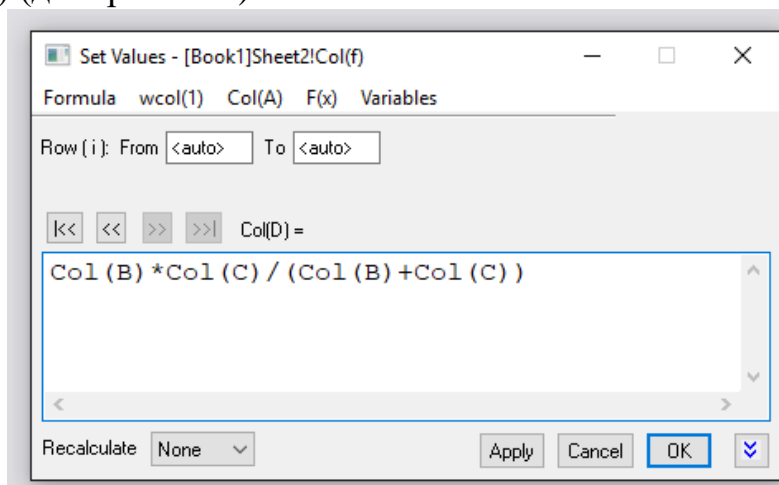


Рис. 116. Присвоєння значення стовпцеві D(Y).

8. Побудувати графік залежності фокусної відстані  $f$  лінзи від довжини хвилі  $\lambda$ . Графік представити точками, які не потрібно з'єднувати лініями. Послідовність пунктів меню у програмі Origin така: Plot -> Symbol -> Scatter. Для побудови графіка належним стовпцям присвоїти значення абсциси X і ординати Y (рис. 12).

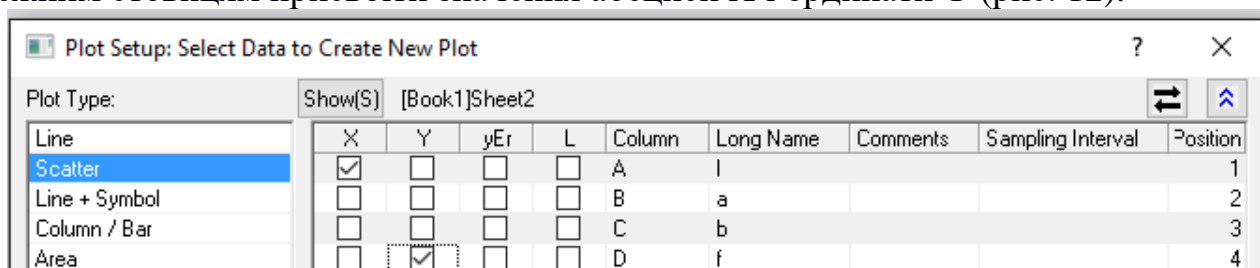


Рис. 12. Вибір даних для побудови експериментального графіка  $f(\lambda)$ .

Приклад графіка залежності фокусної відстані  $f$  лінзи від довжини хвилі  $\lambda$  подано на рис. 13.

9. У звіті пояснити, як формуються ахроматичні зображення.

### III. Одержати астигматичне зображення і вивчити аберацию астигматизму лінзи

1. Перед освітлювачем встановити світлофільтр і діафрагму з дрібною металевою сіткою (набором горизонтальних і вертикальних ліній). Лінії визначають площину меридіональних променів і проекцію площини сагітальних променів.

2. Переміщуючи екран, одержати чітке зображення сітки.

3. Повернути лінзу навколо вертикальної осі на кут  $\approx 20^\circ$  так, щоби промені, освітлюючи сітку, падали на лінзу під кутом до її оптичної осі (див. рис. 14).

4. Пересуваючи екран по оптичній лаві, одержати на ньому зображення сітки з чіткими вертикальними лініями. Горизонтальні лінії тоді стануть розмитими, а екран буде розміщеним у фокусі меридіональних променів.

5. Переміщуючи екран, одержати на ньому зображення сітки з чіткими горизонтальними лініями. Вертикальні лінії тоді стануть розмитими, а екран буде розміщеним у фокусі сагітальних променів.

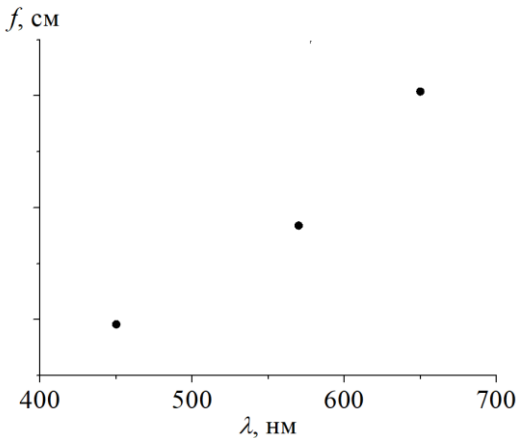


Рис. 13. Приклад графіка залежності фокусної відстані  $f$  лінзи від довжини хвилі  $\lambda$ .

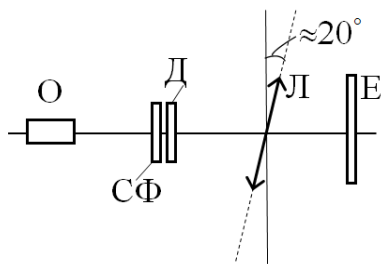


Рис. 14. Схема установки для дослідження аберції астигматизму лінзи: О – освітлювач; СФ – світлофільтр; Д – діафрагма; Л – лінза; Е – екран.

6. Зарисувати або сфотографувати зображення і подати їх у звіті.
7. Пояснити спостережувану зміну зображень і причини появи астигматизму.

#### IV. Одержати зображення з аберцією коми і дослідити цю аберцію

1. Встановити світлофільтр і діафрагму з малим отвором на оптичній лаві перед освітлювачем.
2. Одержати на екрані чітке центральне зображення точки.
3. Підняти на максимальну висоту лінзу та екран, і, фокусуючи систему, досягнути на екрані зображення точки, спотворене аберцією коми.
4. Зарисувати або сфотографувати це зображення і подати його в звіті.
5. Пояснити, як утворюються зображення з аберцією коми.

#### V. Одержати зображення з дисторсією і дослідити цю аберцію

1. Встановити діафрагму з металевою сіткою на лаві перед освітлювачем.
2. Пересуваючи лінзу по оптичній лаві, одержати на екрані чітке зображення сітки, спотворене аберцією дисторсії.
3. Зарисувати або сфотографувати це зображення і подати його в звіті.
4. Пояснити причини дисторсії.